

TENTAMEN

KURSNAMN	Digital signalbehandling
PROGRAM: namn åk / läsperiod	Elektro- och dataingenjörslinjen årskurs 2/läsperiod 3
KURSBETECKNING	LET390 0196
EXAMINATOR	Sven Knutsson
TID FÖR TENTAMEN	Fredag 27 augusti 2004 kl 13.30 – 17.30
HJÄLPMEDEL	Typgodkänd räknare
ANSV LÄRARE: namn telnr besöker tentamen kl	Sven Knutsson 772 57 27 14.45 och 16.00
DATUM FÖR ANSLAG av resultat samt av tid och plats för granskning	Resultat anslås senast fredag 3 september 2004 Tentamenslösning presenteras på kursens hemsida fr o m 30 augusti 2004
ÖVRIG INFORM.	Motivera alla uppställda samband och påståenden, dvs ge inte bara svar utan fullständiga lösningar

NAMN (tentand): _____



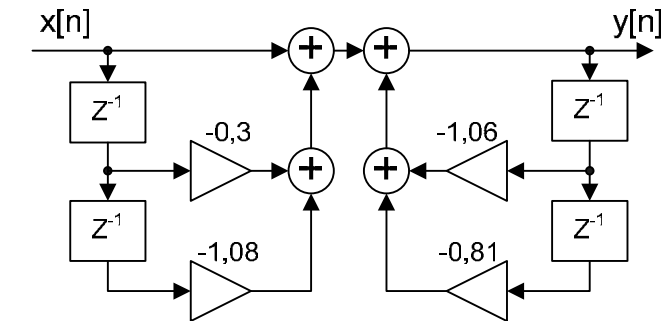
1. För tidsdiskreta system är linjaritet, tidsinvarians och ofta kausalitet viktiga. Förklara dessa egenskaper

(3 poäng)

2. Ett digitalt system beskrivs av block-schemat i *Figur E2*

- a) Är systemet stabilt?
b) Skissa systemets beloppsspektra
c) Bestäm utsignalen från systemet i intervallet $0 \leq n \leq 5$ om systemets insignal ges av $\{0,5; 0,3; -0,2; 0,9; -0,4\}$ då $0 \leq n \leq 4$ och i övrigt är noll (0)

(2+2+2 poäng)



Figur E2 Systemets blockschema

3. Vi vill använda fourierserien för att skapa den tidsföljd som genererar signalen som är den tidsdiskreta motsvarigheten till signalen

$$\sin(2 \pi \cdot 200 \cdot t) - 1,4 \cdot \cos(2 \pi \cdot 500 \cdot t) + 0,8 \cdot \cos(2 \pi \cdot 4700 \cdot t)$$

Bestäm fourierseriekoefficienterna a_k och nödvändigt antal punkter i tidsföljden om samplingsfrekvensen är 32 kHz

(4 poäng)

4. Fourierserien och fouriertransformen har snarlika egenskaper. Under vilka förutsättningar använder vi den ena eller den andra. Vilka skillnader får vi mellan de frekvensspektran som de två metoderna skapar?

(2 poäng)

5. I en relativt lågkvalitativ digital överföring översänds både tal och en synkroniseringston med frekvensen 500 Hz via samma kanal. I mottagarändan separeras talet och tonen genom att använda ett notchfilter respektive ett bandpassfilter. Båda filtren skall ha passbandsförstärkningen ett (1) och använda bandbredden 10 Hz. Samplingsfrekvensen är 8 kHz. Dimensionera det filter som filtrerar fram synkroniseringstonen

(4 poäng)

6. Använd bilinjär transform för att bestämma differensekvationen för det tidsdiskreta filter som uppför sig som det analoga filtret med nedanstående överföringsfunktion. Samplingsfrekvensen är 48 kHz

$$H(\omega) = \frac{j \cdot \omega \cdot 1,5}{5 \cdot 10^3 \cdot \pi - \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \cdot \omega^2 + j \cdot \omega}$$

(5 poäng)

Transformationer mellan s- och z-plan

$$j \cdot \omega \rightarrow \frac{z-1}{z+1} \quad \omega \rightarrow \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right) \quad \frac{K}{s-p} \rightarrow \frac{K}{1-e^{p \cdot T} \cdot z^{-1}}$$

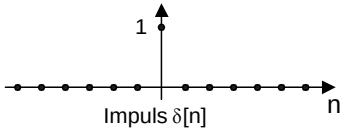
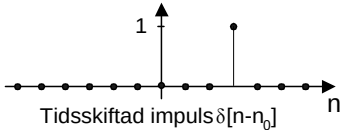
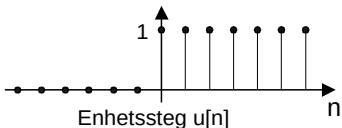
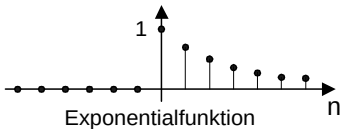
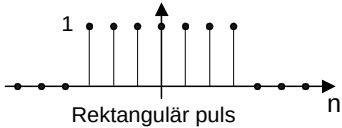
Tabell 4.4 Den diskreta fourierseriens egenskaper

Egenskap eller operation	Periodisk signal	Diskret fourierserie
Transform	$x[n]$	$a_k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}}$
Invers transform	$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}}$	a_k
Linjaritet	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot a_k + B \cdot b_k$
Tidsskift	$x[n - n_0]$	$a_k \cdot e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n_0}{N}}$
Differentiering	$x[n] - x[n-1]$	$a_k \cdot \left(1 - e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{N}}\right)$
Tidsintegration	$\sum_{k=-\infty}^n x[k] \quad a_0 = 0$	$\frac{a_k}{1 - e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{N}}}$
Faltning	$\sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] \cdot x_2[n-m]$	$N \cdot a_k \cdot b_k$
Modulation	$x_1[n] \cdot x_2[n]$	$\sum_{m=0}^{N-1} a_m \cdot b_{k-m}$
Reell tidsfunktion	$x[n]$	$a_k = a_{-k}^*$ $\text{Re}(a_k) = \text{Re}(a_{-k})$ $\text{Im}(a_k) = -\text{Im}(a_{-k})$

Tabell 4.5 Den tidsdiskreta fouriertransfomens egenskaper

Egenskap eller operation	Aperiodisk signal	Diskret fouriertransform
Transform	$x[n]$	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j \cdot \Omega \cdot n}$
Invers transform	$x[n] = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot n} \cdot d\Omega$	$X(\Omega)$
Linearitet	$a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]$	$a \cdot X_1(\Omega) + b \cdot X_2(\Omega)$
Tidsskift	$x[n - n_0]$	$X(\Omega) \cdot e^{-j \cdot \Omega \cdot n_0}$
Differentiering	$x[n] - x[n - 1]$	$X(\Omega) \cdot \{1 - e^{-j \cdot \Omega}\}$
Faltning	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) \cdot X_2(\Omega)$
Modulation	$x_1[n] \cdot x_2[n]$	$\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda) \cdot X_2(\Omega - \lambda) \cdot d\lambda$

Tabell 4.6 Transformpar för den tidsdiskreta fouriertransformen

Vågform	Aperiodisk signal $x[n]$	Spektrum $X(\Omega)$
 Impuls $\delta[n]$	$\delta[n]$	1
 Tidsskiftad impuls $\delta[n-n_0]$	$\delta[n-n_0]$	$e^{-j\cdot\Omega\cdot n_0}$
 Enhetssteg $u[n]$	$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\cdot\Omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi \cdot \delta(\Omega - 2\cdot\pi\cdot k)$
 Exponentialfunktion	$a^n \cdot u[n] \quad a < 1$	$\frac{1}{1-a\cdot e^{-j\cdot\Omega}}$
 Rektangulär puls	$x[n] = 1 \quad n \leq m$ $x[n] = 0 \quad n > m$	$\frac{\sin\left[\left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \Omega\right]}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}$

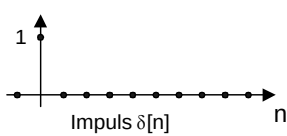
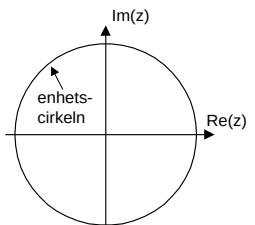
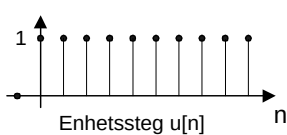
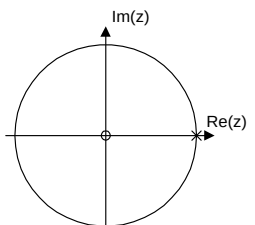
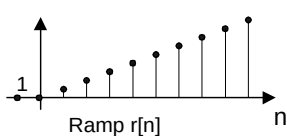
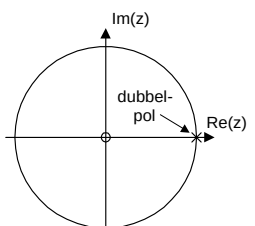
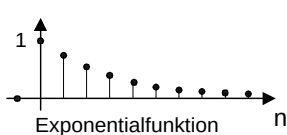
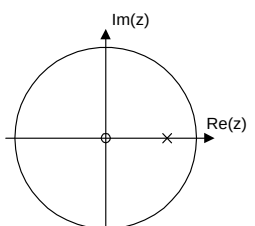
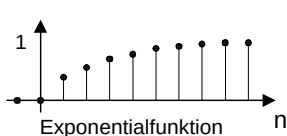
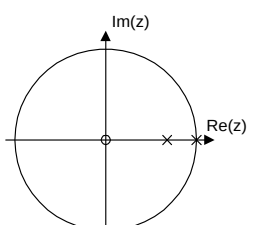
Tabell 4.7 Egenskaper hos den diskreta fouriertransformen (DFT)

Egenskap eller operation	Signal	DFT
Transform	$x[n]$	$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot W_N^{k \cdot n}$ $0 \leq k \leq N-1$
Invers transform	$x[n] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot W_N^{-k \cdot n}$ $0 \leq k \leq N-1$	$X[k]$
Linjaritet	$A \cdot x_1[n] + B \cdot x_2[n]$	$A \cdot X_1[k] + B \cdot X_2[k]$
Tidsskift	$x[n - n_0]$	$X[k] \cdot W_N^{k \cdot n_0}$
Faltning	$\sum_{m=0}^{N-1} x_1[n] \cdot x_2[m - n]$	$X_1[k] \cdot X_2[k]$
Modulation	$x_1[n] \cdot x_2[n]$	$\frac{1}{N} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} X_1[m] \cdot X_2[k - m]$
Reell tidsfunktion	$x[n]$	$X[k] = X^*[-k]$ $\operatorname{Re}(X[k]) = \operatorname{Re}(X[-k])$ $\operatorname{Im}(X[k]) = -\operatorname{Im}(X[-k])$

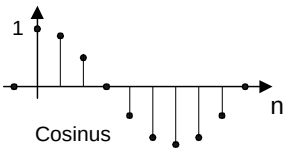
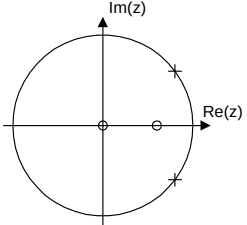
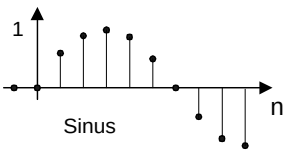
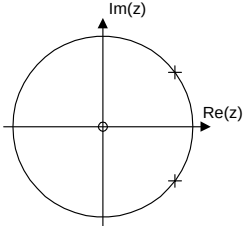
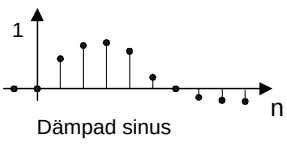
Tabell 5.1 z-transformens egenskaper

Egenskap eller operation	Signal	z-transform
Transform	$x[n]$	$\sum_{n=0}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n}$
Invers transform	$x[n] = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \oint X(z) \cdot z^{n-1} \cdot dz$	$X(z)$
Linjaritet	$a_1 \cdot x_1[n] + a_2 \cdot x_2[n]$	$a_1 \cdot X_1(z) + a_2 \cdot X_2(z)$
Tidsskift	$x[n - n_0] \cdot u[n - n_0]$	$X(z) \cdot z^{-n_0}$
Differentiering	$x[n] - x[n - 1]$	$X(z) \cdot (1 - z^{-1})$
Tidsintegration	$\sum_{k=0}^n x[k]$	$X(z) \cdot \frac{z}{z - 1}$
Faltning	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$
Slutvärdesteorem	$\lim_{n \rightarrow \infty} \{x[n]\}$	$\lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \frac{z - 1}{z} \cdot X(z) \right\}$

Tabell 5.2 z-transformpar

Vågform	Signal $x[n]$	Spektrum $X(z)$	Nollställen och poler i z-planet
 Impuls $\delta[n]$	$\delta[n]$	1	
 Enhetssteg $u[n]$	$u[n]$	$\frac{z}{z-1}$	
 Ramp $r[n]$	$r[n]$	$\frac{z}{(z-1)^2}$	
 Exponentialfunktion	$a^n \cdot u[n]$	$\frac{z}{z-a}$	
 Exponentialfunktion	$(1-a^n) \cdot u[n]$	$\frac{z \cdot (1-a)}{(z-a) \cdot (z-1)}$	

Tabell 5.2 fortsättning z-transformpar

Vågform	Signal $x[n]$	Spektrum $X(z)$	Nollställen och poler i z-planet
 Cosinus	$\cos(n \cdot \Omega_0) \cdot u[n]$	$\frac{z \cdot [z - \cos(\Omega_0)]}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\Omega_0) + 1}$	
 Sinus	$\sin(n \cdot \Omega_0) \cdot u[n]$	$\frac{z \cdot \sin(\Omega_0)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\Omega_0) + 1}$	
 Dämpad sinus	$a^n \cdot \sin(n \cdot \Omega_0) \cdot u[n]$	$\frac{a \cdot z \cdot \sin(\Omega_0)}{z^2 - 2 \cdot a \cdot z \cdot \cos(\Omega_0) + a^2}$	