

Übungen zur Vorlesung Typsysteme

Blatt 6

Aufgabe P-18 (Typerhaltung in System F): Beweisen Sie für die Small-Step-Semantik \longrightarrow aus der Vorlesung den Typerhaltungssatz fuer System F (Curry-Stil): Wenn $\Gamma \vdash t : A$ und $t \longrightarrow t'$ dann $\Gamma \vdash t' : A$.

Aufgabe P-19 (Programmierung in System F): Geben Sie Terme in System F an, welche die modifizierte Vorgängerfunktion (d.h. die Funktion f mit $f(0) = 0$ und $f(S(n)) = n$) sowie die modifizierte Subtraktion auf Church-Numerals codieren.

Aufgabe H-18 (Übereinstimmung von syntaktischer und semantischer Substitution [6 Punkte]): Beweisen Sie das im Terminierungsbeweis von System F (Curry-Stil) verwendete Resultat $\llbracket A[B/X] \rrbracket_\rho = \llbracket A \rrbracket_{\rho[X \mapsto \llbracket B \rrbracket_\rho]}$.

Aufgabe H-19 (Abschlusseigenschaft von T [6 Punkte]): Beweisen Sie, dass für die Menge der semantischen Typen \mathbb{T} , definiert durch

$$\mathcal{A} \in \mathbb{T} \iff \mathcal{A} \subseteq \mathbb{U} \wedge (\forall t t'. t \longrightarrow t' \Rightarrow (t' \in \mathcal{A} \iff t \in \mathcal{A}))$$

gilt: $\mathcal{S} \subseteq \mathbb{T} \Rightarrow \cap \mathcal{S} \in \mathbb{T}$. Hierbei ist \mathbb{U} das Universum, d.h. die Menge aller geschlossenen und terminierenden Terme.

Aufgabe H-20 (Programmierung in System F [2+2+2+2 Punkte]): Geben Sie codierende Terme in System F für folgende Funktionen an.

- $\text{tail} : \forall A. \text{List}(A) \rightarrow \text{List}(A)$, mit $\text{tail}[\text{A}] [] = []$
- $\text{reverse} : \forall A. \text{List}(A) \rightarrow \text{List}(A)$
- $\text{map} : \forall A B. (A \rightarrow B) \rightarrow \text{List}(A) \rightarrow \text{List}(B)$
- $\text{foldr} : \forall A B. (A \rightarrow B \rightarrow B) \rightarrow B \rightarrow \text{List}(A) \rightarrow B$.

Konkrete Listen sind dabei durch ihre `foldl`-Darstellung codiert, also z.B. $[x, y, z]$ durch $\lambda c \lambda n. c x (c y (c z n))$. Die in der Vorlesung vorgestellten Funktionen `nil`, `append` und `cons` können als Primitive verwendet werden.

Abgabe der Hausaufgaben H-X bis Freitag, 01.06. zum Beginn der Übung.