Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen

SS 2002

7. Juni 2002

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

Blatt 7

Aufgabe P-29: Berechnen Sie die diskreten Fouriertransformationen der beiden Folgen

$$\langle \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle \quad \text{und} \quad \langle 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1 \rangle \ .$$

Aufgabe P-30: Berechnen Sie das Quadrat des Polynoms $A(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$ mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation.

Aufgabe P-31: Geben Sie einen Algorithmus an, der eine Folge von n Punkten $\langle p_1, \ldots, p_n \rangle$ nach dem Polarwinkel, den sie mit einem weiteren gegebenen Punkt p_0 bilden, sortiert.

Aufgabe P-32: Für das Problem, zu entscheiden, ob eine Folge $\langle p_0, \ldots, p_{n-1} \rangle$ von n Punkten (in der gegebenen Reihenfolge) die Ecken eines konvexen Polygons bilden, wurde folgender Algorithmus vorgeschlagen, der es in Zeit $O(n)$ lösen soll:

> Berechne die Menge der Winkel $\angle p_i p_{i+1} p_{i+2}$ für $i \leq n-1$ (wobei die Indizes $i+1$ und $i+2$ modulo n aufzufassen sind), und antworte *ja*, falls sie nicht sowohl Links- als auch Rechtskurven enthält.

Geben Sie ein Beispiel an, bei dem der Algorithmus eine falsche Antwort gibt, und modifizieren Sie den Algorithmus so, dass er das Problem korrekt in Zeit $O(n)$ löst.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-26: Stellen Sie die Berechnung des Produktes der beiden Polynome A und B mittels der Methode der schnellen Fourier-Transformation dar:

$$A(x) = 7x^3 - x^2 + x - 10 \quad , \quad B(x) = 8x^3 - 6x + 3$$

(4 Punkte)

Aufgabe H-27: Für zwei Folgen $A = \langle a_0, \ldots, a_{n-1} \rangle$ und $B = \langle b_0, \ldots, b_{n-1} \rangle$ ist die Faltung $A * B = C = \langle c_0, \ldots, c_{n-1} \rangle$ definiert durch

$$c_k = \sum_{i=0}^{n-1} a_{(k-i) \bmod n} b_i \; .$$

Zeigen Sie, dass gilt

$$\mathrm{DFT}_n(C) = \mathrm{DFT}_n(A) \cdot \mathrm{DFT}_n(B)$$

wobei $\cdot$ die punktweise Multiplikation bedeute. (4 Punkte)

Aufgabe H-28: Gegeben seien n Zahlen $x_0, \ldots, x_{n-1}$ (möglicherweise mit Wiederholungen). Geben Sie ein Verfahren an, um in Zeit $O(n(\log n)^2)$ ein Polynom vom Grad höchstens n zu berechnen, das nur bei den x_i (möglicherweise mehrfache) Nullstellen hat. (6 Punkte)

Aufgabe H-29: Geben Sie einen Algorithmus an, der in Zeit $O(n^2 \log n)$ bestimmt, ob unter n gegebenen Punkten $\langle p_1, \ldots, p_n \rangle$ drei sind, die auf einer Geraden liegen. (6 Punkte)

Abgabe der Hausaufgaben: Mittwoch, 19. 6. 2002, 10^{15} Uhr.