Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen

SS 2002

24. Mai 2002

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

Blatt 5

Aufgabe P-19: Zeigen Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die entstehen, wenn man in einen anfänglich leeren Rot-Schwarz-Baum der Reihe nach die Schlüssel 41, 38, 31, 12, 19, 8 einfügt.

Geben Sie anschließend die Rot-Schwarz-Bäume an, die entstehen, wenn Sie aus dem oben erhaltenen Baum nacheinander die Schlüssel 12, 31, 38 entfernen.

Aufgabe P-20: Entwerfen Sie eine Realisierung der Operationen MINIMUM und PREDECESSOR auf B-Bäumen.

Aufgabe P-21: Benutzen Sie den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus, um eine längste gemeinsame Teilfolge der Strings ananas und bananenmus zu finden.

Aufgabe P-22: In einer hierarchisch strukturierten Firma bildet die Vorgesetzten-Relation einen Baum, dessen Wurzel der Geschäftsführer ist. Sie sollen die Gästeliste für eine Firmenparty zusammenstellen. Dafür haben Sie von der Personalabteilung für jeden Mitarbeiter einen *Geselligkeits-Quotienten* (GQ) erhalten. Um gute Stimmung zu garantieren, soll die Summe der GQs der Eingeladenen maximiert werden, und außerdem darf niemand gemeinsam mit seinem unmittelbaren Vorgesetzten eingeladen werden.

Entwerfen Sie mittels dynamischer Programmierung einen Algorithmus, der eine optimale Gästeliste erstellt.

Aufgabe P-23: Entwerfen Sie einen Greedy-Algorithmus für eine Variante des Auswahlproblems aus der Vorlesung, in dem Sie mehrere Räume zu vergeben haben. Es sollen alle Anträge bewilligt werden, aber dabei so wenig Räume wie möglich verwendet werden.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-17: Verwenden Sie den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus, um eine optimale Klammerung zur Multiplikation von 6 Matrizen $M_1, \dots, M_6$ mit den folgenden Dimensionen anzugeben:

$$M_1 : 5 \times 10,\ M_2 : 10 \times 3,\ M_3 : 3 \times 12,\ M_4 : 12 \times 5,\ M_5 : 5 \times 50,\ M_6 : 50 \times 6$$

Geben Sie auch die Tabelle an, die der Algorithmus aufstellt. (2 Punkte)

Aufgabe H-18: Gegeben sei eine Folge $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ von Zahlen. Verwenden Sie dynamische Programmierung, um einen Algorithmus zu konstruieren, der in Zeit $O(n^2)$ eine längste monoton wachsende Teilfolge, also eine längstmögliche Teilfolge $M = \langle m_1, \dots, m_k \rangle$ von A mit $m_1 < m_2 < \dots < m_k$ findet. (8 Punkte)

Aufgabe H-19: Ich möchte mit dem Auto von Lissabon nach Tallinn fahren. Mein Tank fasst genügend Benzin, um n Kilometer zu fahren, und ich habe eine Karte, die alle Tankstellen auf der Strecke mit den Entfernungen dawischen anzeigt. Ich möchte so selten wie möglich zum Tanken anhalten.

Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der mir angibt, welche Tankstellen ich anfahren sollte, und zeigen Sie, dass Ihr Algorithmus eine minimale Lösung liefert. (6 Punkte)

Aufgabe H-20:

1. Gegeben sei das Alfabet $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ mit den folgenden Häufigkeiten:
$$a : 1\ ,\ b : 1\ ,\ c : 2\ ,\ d : 3\ ,\ e : 5\ ,\ f : 8\ ,\ g : 13\ ,\ h : 21\ .$$
Konstruieren Sie dafür einen optimalen Präfixcode.

2. Die Fibonacci-Zahlen F_n sind rekursiv definiert durch $F_1 = F_2 = 1$ und $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 3$. Verallgemeinern Sie das Ergebnis von Teil 1 für ein Alfabet $\{a_1, \dots, a_n\}$ mit n Buchstaben, bei dem der Buchstabe a_i mit Häufigkeit F_i auftritt, und beweisen Sie Ihre Behauptung.

(4 Punkte)

Abgabe der Hausaufgaben: Mittwoch, 5. 6. 2002, 10^{15} Uhr.