Institut für Informatik der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen

SS 2002

28. Juni 2002

# Übungen zur Vorlesung
# **Effiziente Algorithmen**

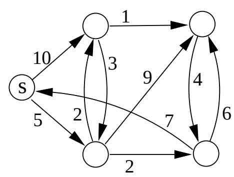
Blatt 10

**Aufgabe P-42:** Konstruieren Sie ein Beispiel eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit nichtnegativen Kantengewichten, und Startknoten $s \in V$, derart dass jedem von $s$ erreichbaren Knoten ein Knoten $\pi[v]$ zugewiesen werden kann, der Vorgänger von $v$ auf einem kürzesten Weg von $s$ zu $v$ ist, so dass der induzierte Teilgraph $G_\pi$ einen Zyklus enthält.

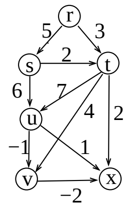
**Aufgabe P-43:** Zeigen Sie die folgende Aussage: falls für einen Graphen $G$ mit Kantengewichten eine Folge von RELAX-Operationen jemals dem Startknoten $s$ einen Vorgänger $\pi[s] \neq$ NIL zuweist, dann gibt es in $G$ einen negativen Zyklus.

**Aufgabe P-44:** Gegeben sei ein Graph $G$, der einen vom Knoten $s$ errreichbaren negativen Zyklus enthält. Zeigen Sie, dass es eine unendliche Folge von RELAX-Operationen gibt, derart dass $d[v]$ bei jeder dieser Operation für einen Knoten $v$ verändert wird.

**Aufgabe P-45:** Zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus von Dijkstra mit dem folgenden Graphen als Eingabe:




**Aufgabe P-46:** Führen Sie den Ablauf des Algorithmus aus der Vorlesung für kürzeste Wege von einem Startknoten in einem dag mit dem folgenden Graphen und Startknoten $s$ als Eingabe aus:



## Hausaufgaben:

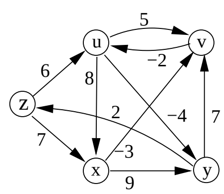
**Aufgabe H-38:** Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph mit gewichteten Kanten, aber ohne negative Zyklen, und sei ein Startknoten $s \in V$ gegeben. Zeigen Sie, dass es eine Folge von $|V| - 1$ Relax-Operationen gibt, derart dass nach Ausführung von Initialize$(G, s)$ und dieser Folge für alle Knoten $v \in V$ gilt $d[v] = \delta(s, v)$. (4 Punkte)

**Aufgabe H-39:** Konstruieren Sie eine einfaches Beispiel eines Graphen mit negativen Kantengewichten, für den der Algorithmus von Dijkstra falsche Ergebnisse liefert. (4 Punkte)

**Aufgabe H-40:** Gegeben Sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit einer Kantengewichtsfunktion $f : E \to [0, 1]$. Die Kanten stellen Verbindungen in einem Netzwerk dar, und $f(u, v)$ die Ausfallwahrscheinlichkeit der Verbindung $(u, v)$, d.h. jede Verbindung $(u, v)$ fällt unabhängig von den Anderen mit Wahrscheinlichkeit $f(u, v)$ aus.

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der zwischen zwei gegebenen Knoten $s$ und $t$ die zuverlässigste Verbindung, d.h. einen Weg mit minimaler Ausfallwahrscheinlichkeit, findet. (6 Punkte)

**Aufgabe H-41:** Zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus von Bellman-Ford mit dem folgenden Graphen und Startknoten $y$ als Eingabe:




Ändern Sie das Gewicht der Kante $(y, v)$ zu $w(y, v) = 4$, und zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus, diesmal mit Startknoten $z$. (6 Punkte)

**Abgabe der Hausaufgaben**: Mittwoch, 10. 7. 2002, $10^{15}$ Uhr.