Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen

SS 2002

28. Juni 2002

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

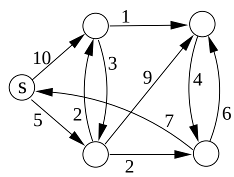
Blatt 10

Aufgabe P-42: Konstruieren Sie ein Beispiel eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit nichtnegativen Kantengewichten, und Startknoten $s \in V$, derart dass jedem von s erreichbaren Knoten ein Knoten $\pi[v]$ zugewiesen werden kann, der Vorgänger von v auf einem kürzesten Weg von s zu v ist, so dass der induzierte Teilgraph G_π einen Zyklus enthält.

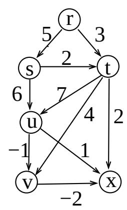
Aufgabe P-43: Zeigen Sie die folgende Aussage: falls für einen Graphen G mit Kantengewichten eine Folge von Relax-Operationen jemals dem Startknoten s einen Vorgänger $\pi[s] \neq$ nil zuweist, dann gibt es in G einen negativen Zyklus.

Aufgabe P-44: Gegeben sei ein Graph G, der einen vom Knoten s errreichbaren negativen Zyklus enthält. Zeigen Sie, dass es eine unendliche Folge von Relax-Operationen gibt, derart dass $d[v]$ bei jeder dieser Operation für einen Knoten v verändert wird.

Aufgabe P-45: Zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus von Dijkstra mit dem folgenden Graphen als Eingabe:



Aufgabe P-46: Führen Sie den Ablauf des Algorithmus aus der Vorlesung für kürzeste Wege von einem Startknoten in einem dag mit dem folgenden Graphen und Startknoten s als Eingabe aus:



Hausaufgaben:

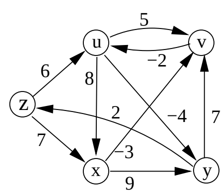
Aufgabe H-38: Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph mit gewichteten Kanten, aber ohne negative Zyklen, und sei ein Startknoten $s \in V$ gegeben. Zeigen Sie, dass es eine Folge von $|V| - 1$ RELAX-Operationen gibt, derart dass nach Ausführung von INITIALIZE(G, s) und dieser Folge für alle Knoten $v \in V$ gilt $d[v] = \delta(s, v)$. (4 Punkte)

Aufgabe H-39: Konstruieren Sie eine einfaches Beispiel eines Graphen mit negativen Kantengewichten, für den der Algorithmus von Dijkstra falsche Ergebnisse liefert. (4 Punkte)

Aufgabe H-40: Gegeben Sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit einer Kantengewichtsfunktion $f : E \to [0, 1]$. Die Kanten stellen Verbindungen in einem Netzwerk dar, und $f(u, v)$ die Ausfallwahrscheinlichkeit der Verbindung (u, v), d.h. jede Verbindung (u, v) fällt unabhängig von den Anderen mit Wahrscheinlichkeit $f(u, v)$ aus.

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der zwischen zwei gegebenen Knoten s und t die zuverlässigste Verbindung, d.h. einen Weg mit minimaler Ausfallwahrscheinlichkeit, findet. (6 Punkte)

Aufgabe H-41: Zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus von Bellman-Ford mit dem folgenden Graphen und Startknoten y als Eingabe:



Ändern Sie das Gewicht der Kante (y, v) zu $w(y, v) = 4$, und zeigen Sie den Ablauf des Algorithmus, diesmal mit Startknoten z. (6 Punkte)

Abgabe der Hausaufgaben: Mittwoch, 10. 7. 2002, 10^{15} Uhr.