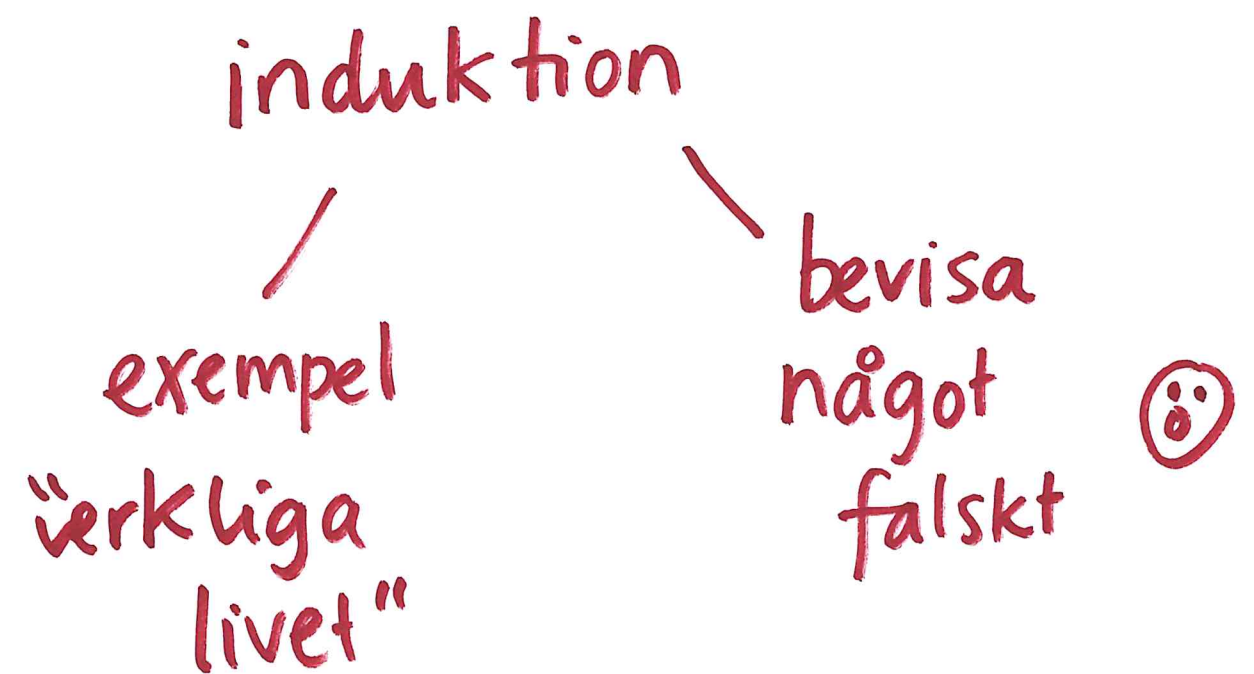
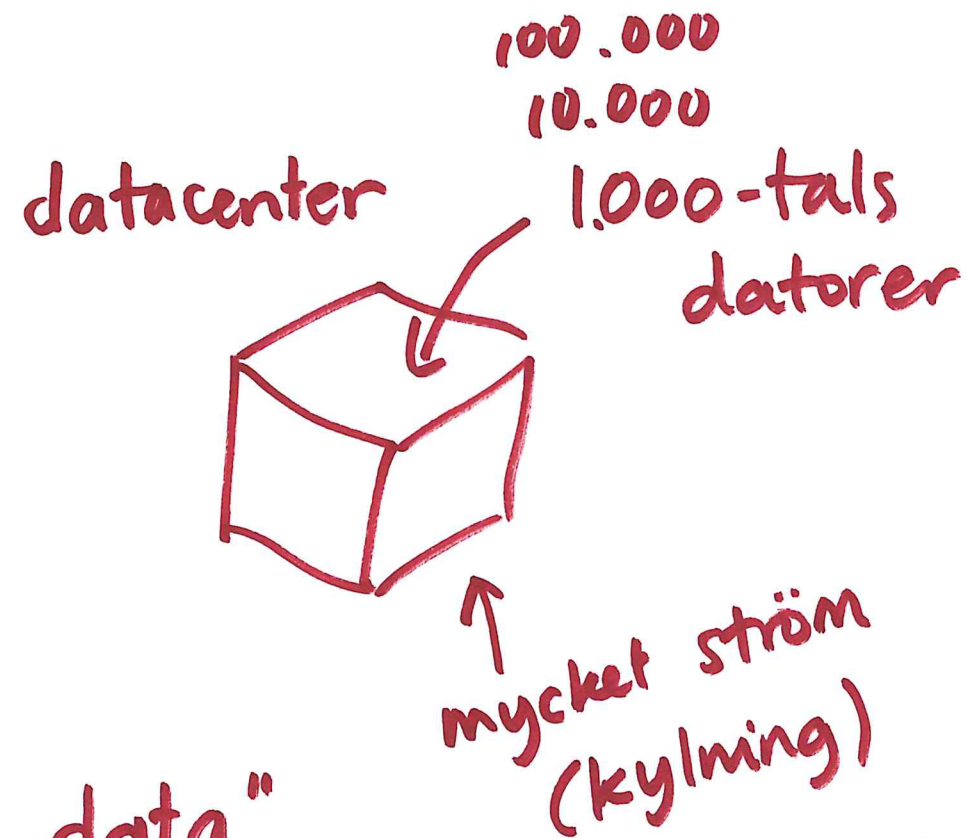


hej

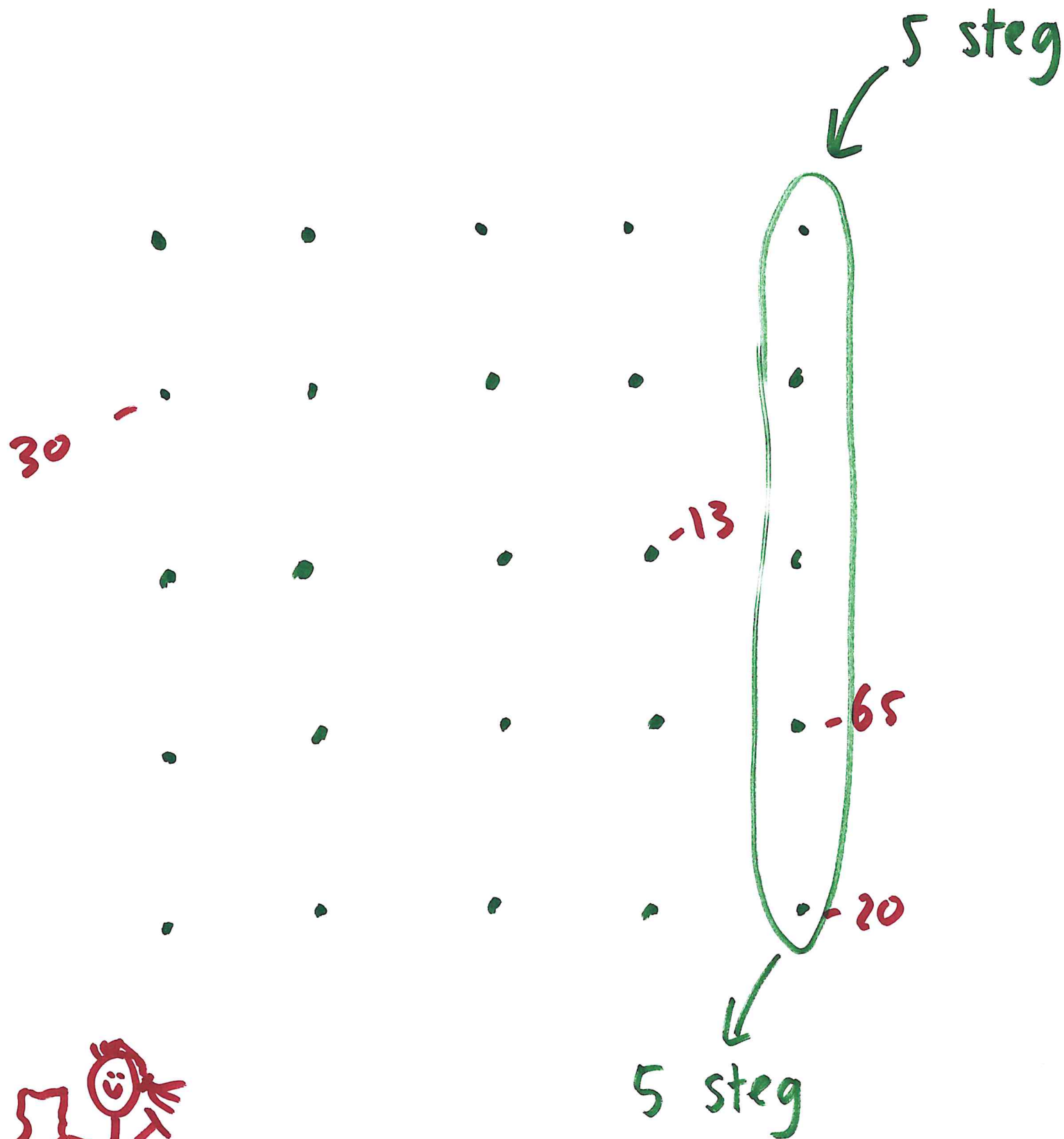


Amazon
Google
Facebook
⋮



"big data"
/ \
webbsidor användare
 /
 reklam

räkna ut :
Summan av
pengar spenderade
av alla användare
den här
månaden

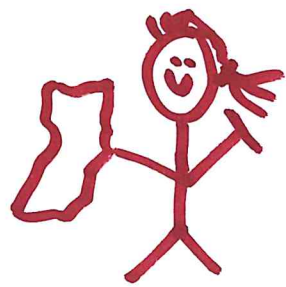


n personer

Summan
av
åldrarna

hur
många
beräkningssteg?

n steg
"linjär algoritm"



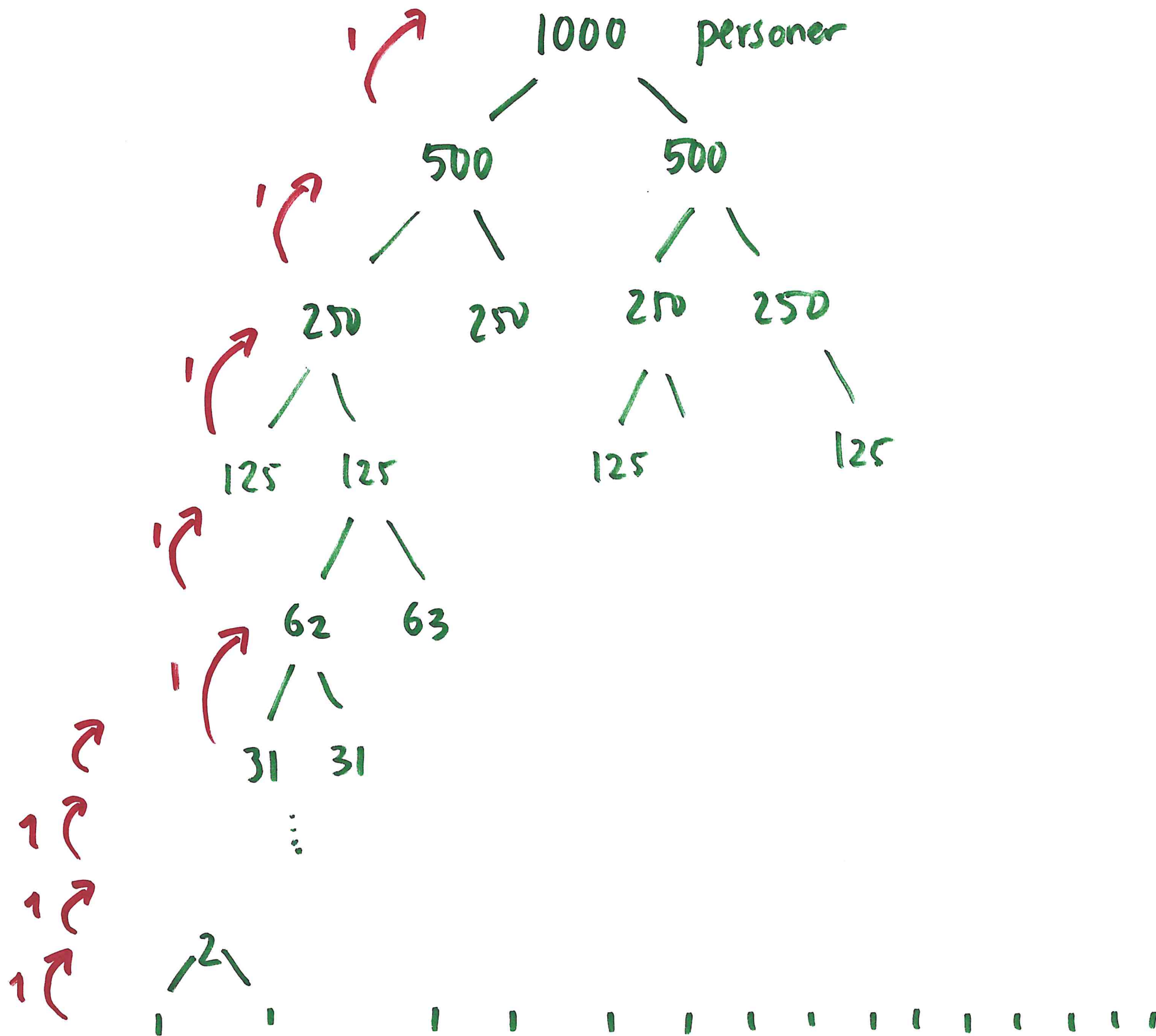
parallelism

10 steg
 $\ll$
25 steg

snabbare?

(mycket färre än n steg?)

n tal : summan



$$2^? \approx 1000$$
$$2^{10} = 1024$$

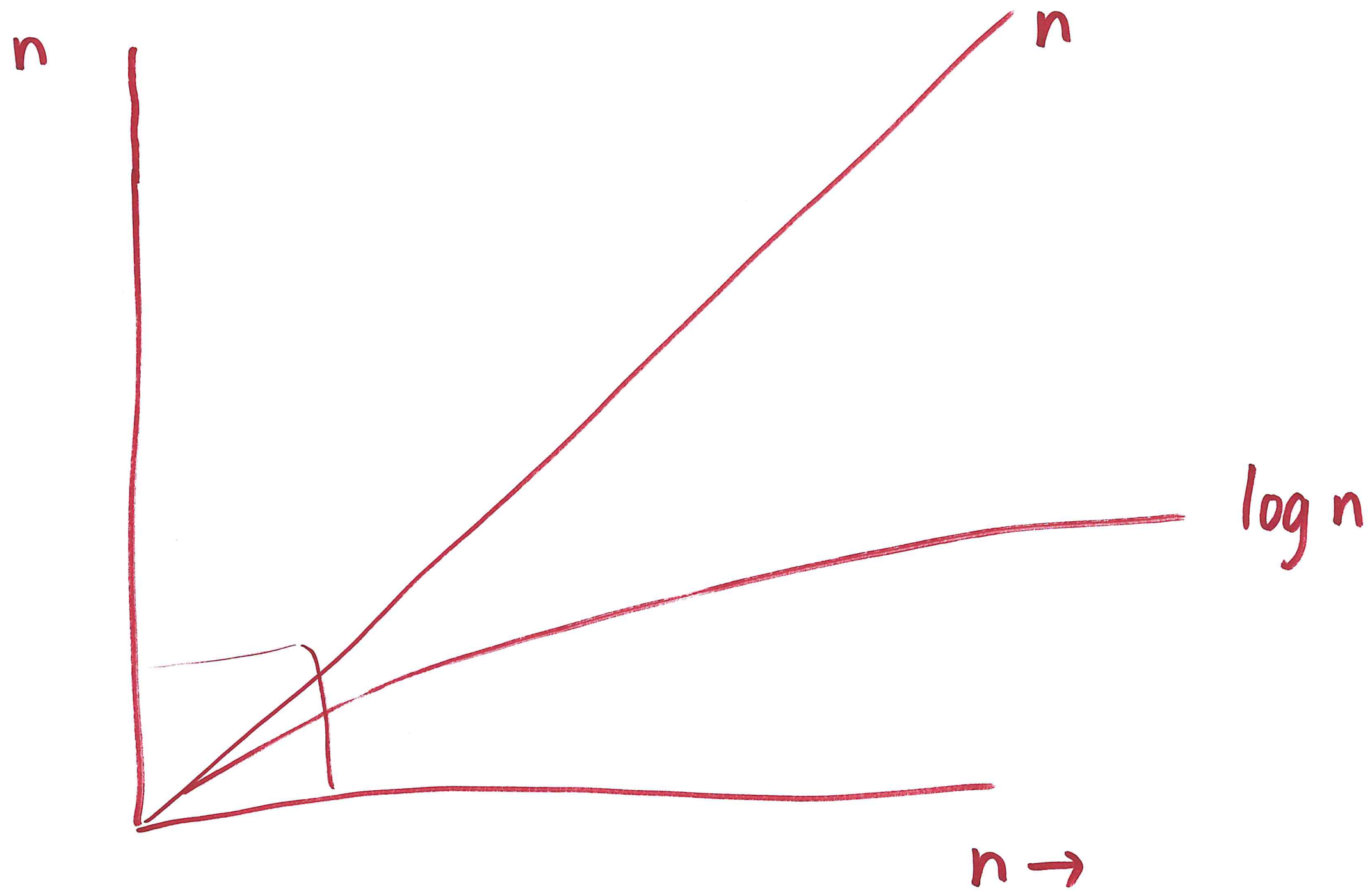
hur många
beräkningsteg?

$$\log n = \log_2 n$$

$$\log_{10} \quad \ln$$
$$\log_e$$

$$2^{\log n} = n$$

← 1000



diskmatte??

$$\oplus : A \times A \rightarrow A$$

$$a_1 \oplus (a_2 \oplus (a_3 \oplus (\dots \oplus a_n))) \rightarrow n \text{ steg}$$

$$b? \leftarrow \log n \text{ steg}$$

$$(((a_1 \oplus a_2) \oplus (a_3 \oplus a_4)) \oplus \dots \oplus (a_{n-1} \oplus a_n)))$$

$\uparrow$
 $\log n \text{ steg}$

när är det okej
att parallellisera?

$\oplus$ kommutativ : $x \oplus y = y \oplus x$

$\oplus$ associativ : $(x \oplus y) \oplus z =$
 $x \oplus (y \oplus z)$

visa : $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus \dots \oplus a_n = a_1 \oplus (a_2 \oplus (a_3 \oplus \dots \oplus a_n))$
 vilka parenteser
 som helst
 för alla $n \in \mathbb{N}^+$
 om $\oplus$ associativ

bevis: med stark induktion

Låt $P(n) = "a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus \dots \oplus a_n = a_1 \oplus (a_2 \oplus (a_3 \dots a_n))"$ för
 vilka a_i som helst"
 med vilka
 parenteser som helst

basfall : $P(1) : "a_1 = a_1"$ ok

basfall : $P(2) : "a_1 \oplus a_2 = a_1 \oplus a_2"$ ok

stegfall : $(P(1) \wedge P(2) \wedge \dots \wedge P(k)) \Rightarrow P(k+1)$, för $k \geq 2$

anta : $a_1 \oplus \dots \oplus a_i = a_1 \oplus (a_2 \oplus \dots \oplus a_i)$, för $1 \leq i \leq k$ (I.H.)

visa : $a_1 \oplus \dots \oplus a_{k+1} = a_1 \oplus (a_2 \oplus \dots \oplus a_{k+1})$

$$a_1 \oplus \dots \oplus a_{k+1} = A \oplus B$$

$\uparrow$ j argument $\nwarrow$ $k+1-j$ argument

falluppdelning: $j=1$:

$$a_1 \oplus (a_2 \oplus \dots \oplus a_{k+1}) =$$

$$a_1 \oplus (a_2 \oplus (a_3 \oplus \dots \oplus a_{k+1}))$$

I.H. $i=k+1-j$



I.H. $i=j$

$\downarrow j > 1$:

$$\begin{aligned}
 & (a_1 \oplus (\dots)) \oplus (a_{j+1} \oplus (\dots)) = \\
 & a_1 \oplus (a_2 \dots a_{j+1} a_{k+1}) \stackrel{\text{I.H. } i=k}{=} \\
 & a_1 \oplus (a_2 \oplus (a_3 \oplus \dots \oplus a_{k+1}))
 \end{aligned}$$

$\nwarrow$ I.H. $i=k+1-j$
 $\oplus$ assoc

$$\forall x \in A. P(x)$$

sant

$A = \emptyset$?

$$\exists x \in A. P(x)$$

falskt

"alla bilar är röda"

|
måste det finnas
en bil?

|
NEJ

sant
även när
vi inte
har bilar!

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$\boxed{\forall x \in \emptyset. P(x) \equiv \text{true}}$$

$$(\forall x \in \emptyset. \text{false} \equiv \text{true})$$

$$\boxed{\exists x \in \emptyset. P(x) \equiv \text{false}}$$

visa: alla hästar har samma färg

bevis: med induktion

Låt $P(n)$: "vilken hästmängd av storlek n som helst,
där i har alla hästar samma färg"

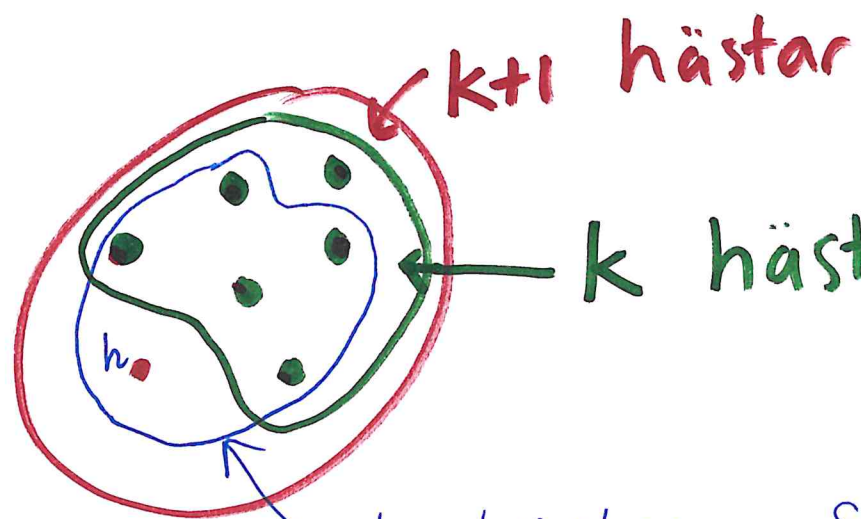
basfall: $P(0)$: tom mängd med hästar: OK

basfall: $P(1)$: mängd med 1 häst : OK
har samma färg som sig själv

stegfall: $P(k) \Rightarrow P(k+1)$, för $k \geq 1$

anta: alla hästmängder av storlek k är enfärgade (I.H.)

visa: alla hästmängder av storlek $k+1$ är enfärgade



$k+1$ hästar
 k hästar, samma färg (I.H.)

k hästar, samma färg (I.H.)

alltså har h
samma färg som
alla andra $\square$

$k=1$



$p:$ 0 1 2 3 4 5
sant sant falsk falsk
steg: ↗ X ↗ ↗ ↗ ↗

bra videos om matematik
på YouTube

- Mathologer
 - 3blue1brown
- (• Numberphile) — bra inspiration
men inget djup

tor, fre, mån: talteori