

TENTAMEN DIT980
Diskret Matematik för Datavetare
18 augusti 2017, 8:30 - 12:30

- Det finns totalt **7 uppgifter**.
- Läs igenom alla uppgifter noga **innan du börjar**, och försäkra dig om att du förstår.
- I dina svar, ange tydligt **vilken uppgift** det är du svarar på.
- Skriv **tydligt** och **överskådligt**. Skriv rent dina svar; vi som rättar vill **inte se ditt kladd**.
- Tillåtna hjälpmedel:
 - En **handskriven A4-sida** med anteckningar **på 1 sida**. Anteckningarna ska lämnas in tillsammans med dina svar.
 - En **officiellt godkänd miniräknare**.



Varje uppgift kan ge 0, 1, eller 2 poäng:

- 0p = svaret på uppgiften är otillräckligt
- 1p = svaret innehåller bra saker men också några brister
- 2p = svaret är tillräckligt bra (men får innehålla småfel)

Poänggränser: **G** = 7-10p, **VG** = 11-14p.

LYCKA TILL!

Uppgift 1

(a) Ge sanningstabellen för följande logiska formel:

$$(p \wedge q) \leftrightarrow q$$

(b) Betyder formeln ovan samma sak som $q \rightarrow p$? Motivera ditt svar.

Uppgift 2

Kolla följande rekursiva funktionsdefinition för funktionen $F : \mathbf{N} \times \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$:

$$F(x, 0) = 0$$

$$F(x, n) = x + F(x, n-1)$$

Bevisa med hjälp av induktion över n att $F(1, n) = n$, för alla $n \geq 0$.

Uppgift 3

Betrakta följande två kongruenser:

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

$$x \equiv 6 \pmod{9}$$

Vilka heltal x finns mellan 0 och 300 som uppfyller **båda** dessa kongruenser? Visa tydligt alla steg i ditt resonemang.

Uppgift 4

Sant eller falskt? Ge också ett bevis eller motbevis.

(a) För alla positiva heltal k, a, b , gäller: Om $k \mid ab$, då $k \mid a$ eller $k \mid b$.

(b) Det finns operatorer som är kommutativa men inte associativa.

Uppgift 5

Bevisa att följande utsaga gäller: För alla listor av heltal xs och ys :

$$\text{product } (xs ++ ys) = \text{product } xs * \text{product } ys$$

Du får använda dig av följande definitioner:

```
product :: [Integer] -> Integer
product []           = 1
product (x:xs)       = x * product xs
```

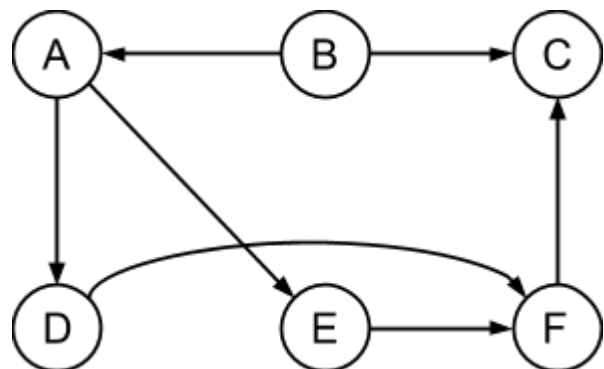
```
(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[]    ++ ys = ys
(x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)
```

Ange tydligt alla steg du tar i beviset och varför du får ta dem.

Uppgift 6

Kolla den riktade grafen G intill.

(a) Gör en lista över alla topologiska ordningar som grafen G har. Förklara varför dina ordningar är topologiska ordningar och varför du tror att du har listat alla.



Nu lägger vi till en **extra kant** (pil) i G som går från E till B .

(b) Igen, gör en lista över alla topologiska ordningar som den nya grafen har. Visa tydligt hur du har skapat listan.

Uppgift 7

Jag har en grupp på 13 studenter. Jag vill dela upp dessa i 3 grupper som är nästan lika stora: 2 grupper med 4 studenter, och 1 grupp med 5 studenter. På hur många sätt kan jag göra detta?

Ordningen av grupperna och ordningen av studenterna i varje grupp spelar ingen roll.

OBS: Du behöver inte ge ett specifikt tal som svar, det räcker med att du ger ett uttryck där du använder dig av heltal, multiplikation, addition, subtraktion, division, fakultet, och/eller "över"-funktionen. Du behöver alltså inte spendera tid på att förenkla eller räkna ut uttrycket.

(inga fler uppgifter)

