Göteborgs Universitet och Chalmers Tekniska Högskola	1999–02–22
Datavetenskap	INN11

Tentamen i Beräkningsbarhet och lambda-kalkyl

Fredagen den 26 februari 1999, kl 8.45 – 12.45 i sal ML16.
Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 1033, eller 13 78 14 (hem)
Tillåtna hjälpmedel: Inga.
Börja varje uppgift på nytt blad. Skriv endast på en sida av papperet. Den här skriftliga tentamen utgör 75 % av den totala examinationen, de resterande 25 % består av de inlämingsuppgifter som har delats ut under kursens gång. Klarar ni 50 % av hela examinationen kommer ni att få godkänt. Lösningar och tid för examensvisning kommer att anslås på kursens hemsida.

1. (a) Om A och B är två mängder, vad är en partiell funktion från A till B? (2)

   (b) Vad menas med att en funktion är χ- beräkningsbar? (4)

   (c) Ange vilka variabler som är fria respektive bundna i $(\lambda v.xy)(\lambda x.v(\lambda z.z))$ (2)

   (d) Vad menas med β-normal-form? (3)

2. Bevisa att det är omöjligt att ha ett programmeringsspråk som precis innehåller de beräkningsbara funktioner som tar ett naturligt tal som argument och ger ett naturligt tal som resultat. (8)

3. Bevisa att $\mathsf{List}(\mathsf{N})$, mängden av ändliga listor över N, är en uppräknelig mängd. (7)

4. Beskriv språket PRF, mängden av de primitivt rekursiva funktionerna. Ge den abstrakta syntaxen, ge en informell beskrivning av semantiken för de olika konstruktionerna i språket. Ge ett exempel (bevis ej nödvändigt) på ett program som ej kan uttryckas i språket. (12)

5. Ge en induktiv definitition av abstrakta syntaxen för programmen i λ-kalkyl. Blir detta en uppräknelig mängd? Motivera svaret. (14)

6. Visa att λ-termen Z definierad av

   $$Z = \lambda f.((\lambda x.f(\lambda z.xxz))(\lambda x.f(\lambda z.xxz)))$$

   är en fixpunktskombinator. (10)

7. Förklara varför existensen av en själv-evaluator för språket χ kan ses som ett bevis av att den operationella semantiken för språket är χ-beräkningsbart. (3)

8. Ge en ändlig automat som känner igen de strängar över alfabetet $\{0, 1\}$ som kan skrivas som $\{11^n01^m\}$. (10)

Lycka till!