Föreläsning 12
Datastrukturer (DAT037)

Fredrik Lindblad[1]

6 december 2017

[1]Slides skapade av Nils Anders Danielsson har använts som utgångspunkt. Se
`http://www.cse.chalmers.se/edu/year/2015/course/DAT037`

Innehåll

- Radixsortering
- Undre gräns för sortering
- Sortering i praktiken

Radixsortering

Hinksortering, bucket sort

- Sortering av lista med max N distinkta element.
- Allokera N hinkar.
- Stoppa in varje element i rätt hink.
- Gå igenom hinkarna och bygg ny lista.
- Stabil om implementerad på rätt sätt.

Hinksortering, bucket sort

Nedan är `bucket` en funktion som tar element till heltal $\in \{ 0, \ldots, \mathtt{N} - 1 \}$.

```
bucket-sort(N, bucket, xs):
  buckets = array of size N containing empty lists

  for x in xs do
    buckets[bucket(x)].add-last(x)

  ys = new empty list

  for b in 0, …, N - 1 do
    for y in buckets[b] do
      ys.add-last(y)

  return ys
```

Vad är tidskomplexiteten för hinksortering?
n är antal element i `xs` och N antalet hinkar.
Anta att `bucket` tar konstant tid.

- $\Theta(Nn)$.
- $\Theta(n \log n)$.
- $\Theta((N+n) \log(N+n))$.
- $\Theta(N+n)$.
- $\Theta(Nn \log Nn)$.

Vad är tidskomplexiteten för hinksortering?
n är antal element i `xs` och N antalet hinkar.
Anta att `bucket` tar konstant tid.

- $\Theta(Nn)$.
- $\Theta(n \log n)$.
- $\Theta((N+n)\log(N+n))$.
- $\Theta(N+n)$.
- $\Theta(Nn \log Nn)$.

Svar: $\Theta(N+n)$

Radixsortering

- Hinksortering är inte praktiskt om n är "mycket" mindre än N.
- Alternativ: Radixsortering, lexikografisk sortering av nycklar med d delnycklar.
- Exempel: Tal bestående av d siffror.

Radixsortering

Least significant digit (LSD) radix sort
för tal med d siffor:

- Sortera talen stabilt med avseende på den minst signifikanta siffran.
- Sortera talen stabilt med avseende på den näst minst signifikanta siffran.
- Och så vidare...

Radixsortering

- Stabil.
- Om hinksortering med $O(1)$ `bucket` används:
  $\Theta(d(N+n))$,
  där N är talbasen (decimalt: 10, binärt: 2).
- Notera att man kan välja N själv.
  Exempel: 32-bitars tal kan delas upp i
  4 delar med 8 bitar ($d = 4$, $N = 256$),
  eller 2 delar med 16 bitar ($d = 2$, $N = 65536$).

Sortering: Undre gräns

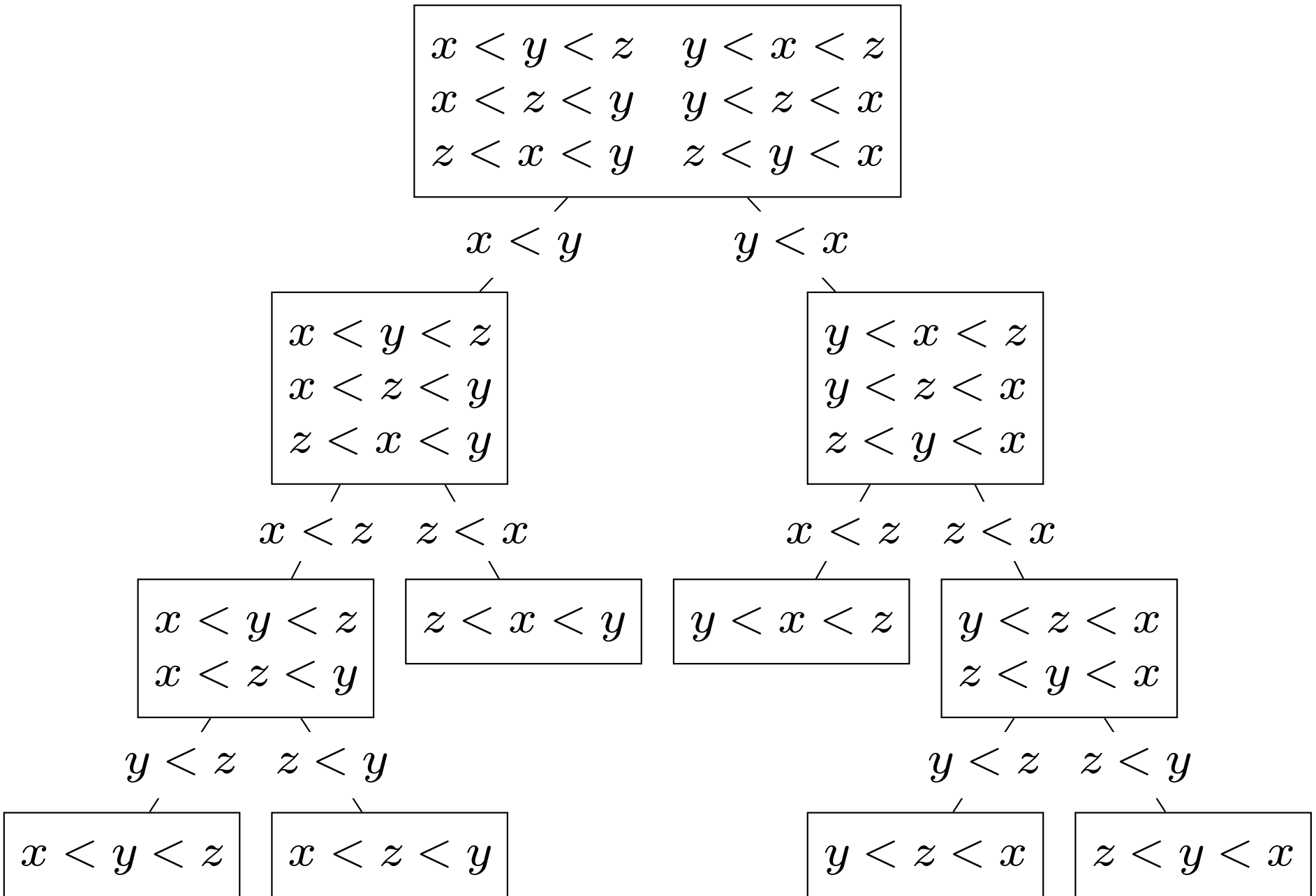
Sortering: Undre gräns

Sortering baserad enbart på binära jämförelser kräver, i värsta fallet, $\Omega(n \log n)$ jämförelser.

Beslutsträd

- Träd som dokumenterar vilka jämförelser en sorteringsalgoritm utför då den sorterar listor av en viss längd n.
- Låt oss anta att alla element är olika.
- Interna noder: Jämförelser. ("Är $a[i] < a[j]$?")
- Ett barn per resultat ($a[i] < a[j]$, $a[i] > a[j]$).
- Löv: Sorterade listor ($a[3] < a[1] < a[5] < ...$).
- Jämförelsebaserade sorteringsalgoritmer: Löv får endast förekomma när jämförelserna ovanför i trädet ger tillräcklig information för att kunna sortera listan.

Beslutsträd



Ge en skarp undre gräns för antalet löv i ett beslutsträd.

- $n\lceil \log_2 n \rceil$
- $n(n+1)/2$
- $n!$
- 2^n

Ge en skarp undre gräns för antalet löv i ett beslutsträd.

- $n\lceil \log_2 n \rceil$
- $n(n+1)/2$
- $n!$
- 2^n

Svar: $n!$

Undre gräns

- Djupet av ett visst löv $=$
  antalet jämförelser för att sortera viss lista.
- Trädets höjd $=$ värsta fallet.
- Ska visa att höjden är $\Omega(n \log n)$.

Undre gräns

- Ett binärt träd med höjd h har $\leq 2^h$ löv.
- Ett icketomt binärt träd med ℓ löv har höjd $\geq \log_2 \ell$.
- Ett beslutsträd för sortering av listor med distinkta element har $\geq n!$ löv (minst ett per möjlig permutation av listan).
- Beslutsträdet har alltså höjd $\geq \log_2(n!) = \Omega(n \log n)$.

Sortering i praktiken

- Adaptiv sortering – anpassar sig till indata, snabbare vid nästan sorterad lista (ex. insättningssortering)
- Hybridsortering – välj bland olika sorteringsalgoritmer beroende på indatas storlek, t.ex. sortera små dellistor ($<$15-20 element) med enkel kvadratisk algoritm.
- Olika algoritmer beroende på elementtyp.
- Java 8: Sortering av primitiva typer – variant av Quicksort med två pivotelement. (Jämförelse inte så dyrt men kopiering kan vara det, stabil sortering ej intressant (jmf. Mergesort))
- Java 8: Sortering av objekt – variant av Mergesort, stabil, adaptiv, få jämförelser, mer omflyttning