

Mini-Tenta
Diskret Matematik för Datavetare

September 25, 2015
10:00 - 12:00



-
- Det finns totalt **5 uppgifter**.
 - Skriv **ditt namn** och **din epost-adress** på varje sida du lämnar in.
 - Skriv **tydligt** och **översiktligt**. Skriv rent dina svar; vi som rättar vill **inte se ditt kladd**.
 - Tillåtna hjälpmedel:
 - En **handskriven A4-sida** med anteckningar.
Anteckningarna ska lämnas in tillsammans med dina svar.
 - En **miniräknare**.
(Du får använda din mobiltelefon på minitentan till detta ändamål, men detta är inte tillåtet på den riktiga tentan!)

Varje uppgift kan ge 0, 1, eller 2 poäng:

- 0p = svaret på uppgiften är otillräckligt
- 1p = svaret innehåller bra saker men också några brister
- 2p = svaret är tillräckligt bra (men får innehålla småfel)

Poänggränser: **G** = 5-7p, **VG** = 8-10p.
(betygen för denna mini-tentan är dock inte ``på riktigt``)

LYCKA TILL!

Uppgift 1

Kolla funktionen $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ med följande definition:

$$f(n) = 2n+1$$

(a) Är funktionen surjektiv? Förklara.

(b) Är funktionen injektiv? Förklara.

Uppgift 2

(a) Förenkla följande logiska formel:

$$p \rightarrow (p \wedge q)$$

Förenkla betyder: hitta en ny formel som är enklare men som betyder samma sak.

(b) Visa att din formel betyder samma sak som originalet med hjälp av en sanningstabell.

Uppgift 3

Någon påstår att

``När man tar summan av vilka två primtal som helst, får man ett jämnt tal.``

(a) Hitta en logisk formel som uttrycker exakt det som står i ord här ovan.

Du får använda dig av predikatet $\text{Prim}(x)$, som är sant precis när x är ett primtal, och predikatet $\text{Even}(x)$, som är sant precis när x är jämn.

(b) Är påståendet sant? Bevisa eller motbevisa.

Uppgift 4

Ta en titt på summan

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$$

(a) Ge ett uttryck som använder sig av Σ -symbolen (och inte av "...") som betyder samma sak.

(b) Bevisa med hjälp av induktion att $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$ för alla naturliga tal $n \geq 1$. (Använd alltså induktion i ditt bevis, och inte formeln för aritmetiska summor.)

Uppgift 5

För båda diofantiska ekvationer nedan, undersök huruvida de har någon lösning eller inte. Om en ekvation har lösningar, ge då tre olika lösningar.

Förklara dina svar.

(a) $14x + 21y = 30$ (för $x, y \in \mathbb{Z}$)

(b) $9x + 15y = 21$ (för $x, y \in \mathbb{Z}$)

Hint: Om du inte vet vad en diofantisk ekvation är, eller om du inte har tittat på kapitel 5 inför den här mini-tentan: **Det spelar ingen roll!** Svaren på denna uppgift kan egentligen hittas utan någon avancerad matematik. Försök!

(inga fler uppgifter)

