

TENTAMEN DIT980  
Diskret Matematik för Datavetare

26 oktober 2016, 8:30 - 12:30

---

- Det finns totalt **7 uppgifter**.
- Läs igenom alla uppgifter noga **innan du börjar**, och försäkra dig om att du förstår.
- I dina svar, ange tydligt **vilken uppgift** det är du svarar på.
- Skriv **tydligt** och **överskådligt**. Skriv rent dina svar; vi som rättar vill **inte se ditt kladd**.
- Tillåtna hjälpmedel:
  - En **handskriven A4-sida** med anteckningar **på 1 sida**.  
Anteckningarna ska lämnas in tillsammans med dina svar.
  - En **godkänd miniräknare**.



---

Varje uppgift kan ge 0, 1, eller 2 poäng:

- 0p = svaret på uppgiften är otillräckligt
- 1p = svaret innehåller bra saker men också några brister
- 2p = svaret är tillräckligt bra (men får innehålla småfel)

Poänggränser: **G** = 7-10p, **VG** = 11-14p.

---

LYCKA TILL!

---

### Uppgift 1

Bestäm för varje formel nedan om den är valid eller inte. (En formel kallas för valid om den alltid är sann.)

(a)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

(b)  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

Motivera dina svar med hjälp av sanningstabeller.

---

### Uppgift 2

Betrakta följande rekursiva funktionsdefinition för funktionen  $F : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ :

$$F(0) = 0$$

$$F(1) = 0$$

$$F(n) = 1 + F(n-2) \quad , \text{ när } n > 1$$

Bevisa med hjälp av stark induktion över  $n$  att  $F(n) = n \text{ div } 2$ , för alla  $n \geq 0$ .

(Notation:  $a \text{ div } b$  betyder heltalsdivision av  $a$  med  $b$ . T.ex.  $4 \text{ div } 2 = 2$ ,  $5 \text{ div } 2 = 2$ ,  $6 \text{ div } 2 = 3$ ,  $7 \text{ div } 2 = 3$ .)

---

### Uppgift 3

Undersök nedanstående två diofantiska ekvationer. För varje ekvation, ange huruvida den har lösningar och varför. Om den har lösningar, ge då alla lösningar där värdet på  $x$  ligger mellan 0 och 30.

(a)  $5x + 11y = 14$

(b)  $14x + 35y = 20$

Som lösningsmetod krävs det att du använder dig av "The Pulverizer" (även kallad Bezouts identitet). Visa tydligt vilka steg du tar.

---

## Uppgift 4

Undersök följande kongruens:

$$n^2 \equiv 3 \pmod{4}$$

Vilka lösningar finns det för  $n \in \mathbf{Z}$ ? Motivera ditt svar.

---

## Uppgift 5

Bevisa att följande utsaga gäller: För alla listor  $xs$  och  $ys$ :

$$\text{length} (\text{zip } xs \ ys) \leq \text{length } xs$$

Du får använda dig av följande definitioner:

```
length :: [a] -> Int
length []      = 0
length (x:xs) = 1 + length xs
```

```
zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
zip []      ys      = []
zip xs     []      = []
zip (x:xs) (y:ys) = (x,y) : zip xs ys
```

Ange tydligt alla steg du tar i beviset och varför du får ta dem. Ange också tydligt vad din induktionshypotes är och var du använder den.

Du får använda dig av faktumet att " $0 \leq \text{length } xs$ " för alla listor  $xs$ , och du behöver inte bevisa detta själv.

---

## Uppgift 6

Givet en riktad graf  $G$  med  $n$  noder och  $n+1$  kanter (pilar).

Bestäm för varje påstående nedan om det är sant eller falskt. Ge då också ett bevis eller motbevis.

(a)  $G$  måste innehålla en cykel.

(b)  $G$  måste innehålla någon nod som har ingrad ("indegree") åtminstone 2.

---

## Uppgift 7

Anna ska välja 4 blommor ur en trädgård med 10 (olika) blommor. Bertil ska välja 3 strumpor ur en låda med 11 (olika) strumpor. Båda räknar först ut på hur många olika sätt de kan göra sin uppgift.

Vem har flest sätt att göra sin uppgift på? Motivera ditt svar.

Hint: Du behöver inte räkna ut de faktiska svaren, bara jämföra dem.

---

**(inga fler uppgifter)**

