

Tentamen i Beräkningsmodeller

Onsdagen den 19 december 2001, kl 8.45 – 12.45.

Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 1033

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Börja varje uppgift på nytt blad. Skriv endast på en sida av papperet. Varje svar skall motiveras! Den här skriftliga tentamen utgör en del (75 %) av den totala examinationen, den andra delen (dvs. 25 %) består av de inlämningsuppgifter som har delats ut under kursens gång. För årets och förra årets elever gäller alltså att summan av poängen från inlämningsuppgifterna och den skriftliga tentan skall vara minst 100 för att få godkänt på kursen. Examensvisning kommer att äga rum fredagen den 11 januari kl 11.00 i MD3. Omtentamen sker fredagen den 18 januari. Tentamensresultat och lösningar till tentan kommer att finnas tillgängligt från kursens hemsida.

1. Reducera λ -uttrycken

(a) $(\lambda x.(\lambda y.y x)) y$

(b) $(\lambda x.(\lambda z.z x)) y$

(20)

2. (a) Hur representerar man naturliga tal som en positionerad remsa? (5)

(b) Hur representerar man par av naturliga tal som en positionerad remsa? (5)

(c) Konstruera en Turing-maskin som beräknar additionsfunktionen för naturliga tal!

(15)

3. Det finns två olika definitioner av vad det betyder att en mängd A är uppräkningsbar. En tredje skulle vara att mängdens element ryms i ett hotell med oändligt många rum, ett rum för varje naturligt tal. Att mängdens element ryms skulle betyda dels (1) att varje element har minst ett rum, samt (2) att varje rum har högst ett element (vi vill ju inte att alla element skall kunna dela på ett rum). Visa hur dessa två krav uttrycks i de två alternativa definitionerna av uppräkningsbarhet! (20)

4. Bevisa med hjälp av ett diagonaliseringsargument att det finns beräkningsbara funktioner i mängden $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ som inte finns med i \mathbf{PRF}_1 , mängden av primitivt rekursiva funktioner med ett argument! (30)

5. Definiera ett program \mathbf{Y} i språket χ som är sådant att

$$\mathbf{Y} f = f(\mathbf{Y} f)$$

för varje funktion f . Bevisa att så är fallet! (30)

6. Definiera ett program i χ som fungerar som operatoren för primitiv rekursion över naturliga tal, dvs konstruera ett program **natrec** för vilket följande likheter gäller:

$$\mathbf{natrec} \text{ zero}() d e = d$$

$$\mathbf{natrec} (\text{succ}(x)) d e = e x (\mathbf{natrec} x d e)$$

(30)

Lycka till!