

## Tentamen i Beräkningsmodeller

Fredagen den 18 januari 2002, kl 8.45 – 12.45.

Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 1033 eller 0707-87 77 29.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Börja varje uppgift på nytt blad. Skriv endast på en sida av papperet. Varje svar skall motiveras! Den här skriftliga tentamen utgör en del (75 %) av den totala examinationen, den andra delen (dvs. 25 %) består av de inlämningsuppgifter som har delats ut under kursens gång. För årets och förra årets elever gäller alltså att summan av poängen från inlämningsuppgifterna och den skriftliga tentan skall vara minst 100 för att få godkänt på kursen. Examensvisning kommer att äga rum fredagen den 8 februari kl 13.15 i Bengt Nordströms tjänsterum. Tentamensresultat och lösningar till tentan kommer att finnas tillgängligt från kursens hemsida.

1. Redogör för Churchs tes. Vad säger den, varför heter den inte Churchs sats, varför tror vi på den? (10)
2. I  $\lambda$ -kalkyl kan man inte direkt uttrycka rekursiva funktionsdefinitioner. Redogör för hur man kan uttrycka dem! (20)
3. Det finns två olika definitioner av vad det betyder att en mängd  $A$  är uppräkningsbar. En tredje skulle vara att mängdens element ryms i ett hotell med oändligt många rum, ett rum för varje naturligt tal. Att mängdens element ryms skulle betyda dels (1) att varje element har minst ett rum, samt (2) att varje rum har högst ett element (vi vill ju inte att alla element skall kunna dela på ett rum). Visa hur dessa två krav uttrycks i de två alternativa definitionerna av uppräkningsbarhet! (20)
4. Kan man räkna upp  $\wp(\mathbf{N})$ , mängden av alla delmängder av  $\mathbf{N}$ ? Motivera! (30)
5. Skriv ett program i  $\chi$  som ej innehåller **rec**-konstruktionen och som ej terminerar. (15)
6. I den här uppgiften skall ni formalisera ett litet språk för aritmetik. Språkets konkreta syntax kan beskrivas på följande sätt: (40)

$$e ::= x \mid n \mid e + e \mid e * e \mid e + e \mid \sum_{x=e}^e e$$

vilket betyder att ett uttryck antingen är en variabel (t.ex.  $i$ ), ett tal (t.ex. 314), en addition (t.ex.  $45+i$ ), en multiplikation (t.ex.  $5*3$ ) eller en summation (t.ex.  $\sum_{x=1}^{1000} 1 + x * i$ ). Vi antar att vi i en summation  $\sum_{x=d}^e f$  inte har några förekomster av variabeln  $x$  i uttrycken  $d$  och  $e$ . Den konkreta syntaxen är lite tvetydig, detta har ingen betydelse för uppgiften. Vi kan anta att vi har något sätt att lösa upp tvetydigheterna.

- (a) Ge den abstrakta syntaxen för språket! Ni kan utgå från att vi redan har definierat  $\mathbf{Z}$ , mängden av heltal.
- (b) Definiera vad det betyder att variabeln  $x$  är fri i uttrycket  $e$ !

- (c) Definiera substitutionsoperationen  $e_1[x \leftarrow e_2]$ , det uttryck man får genom att substituera uttrycket  $e_2$  för alla fria förekomster av variabeln  $x$  i uttrycket  $e_1$ . Vi kan anta att uttrycket  $e_2$  är slutet.
- (d) Varför blir det mer komplicerat att definiera substitutionsoperationen om uttrycket  $e_2$  inte är slutet?

7. Hur formulerar man och bevisar stopp-problemet för Turing-maskiner?

(15)

Lycka till!