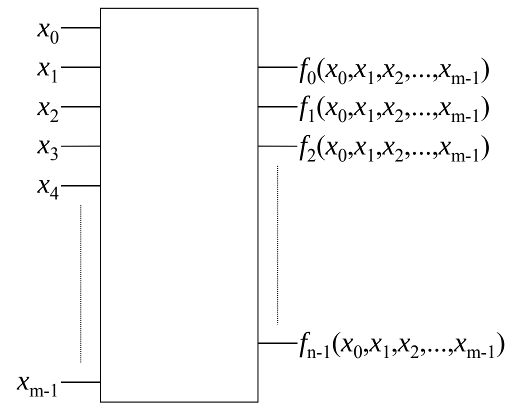
Kombinatoriska nät

Dagens föreläsning:
- Läroboken kapitel 4
- Arbetsboken kapitel 4-7

Ur innehållet:
- Kodomvandlare
- ”Don’t care” vid minimering
- Väljare (Multiplexer)
- Fördelare (Demultiplexer)
- Skiftoperationer
- Adderare

Kombinatoriska nät

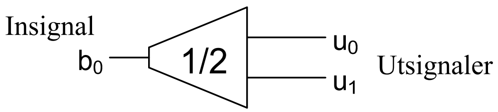


Ett kombinatoriskt nät har fixt antal ingångar (*m*) och fixt antal utgångar (*n*).

Varje utgång har i varje ögonblick det värde som entydigt bestäms av insignalerna.

- Vi introducerar komponenter som byggblock i datorn.
- Arbetsboken ger dig tillfälle att studera de viktigaste komponenterna i detalj.

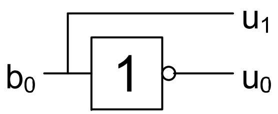
Kodomvandlare - ”1/2 binäravkodare”



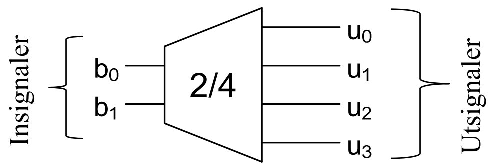
Funktionstabell

Dec.	b_0	u_0	u_1
0	0	**1**	0
1	1	0	**1**

Realisering



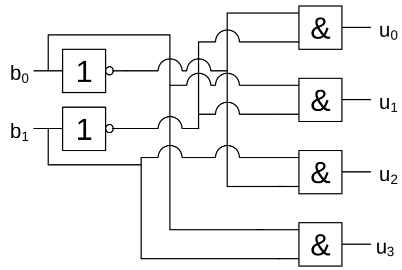
Kodomvandlare - ”2/4 binäravkodare”



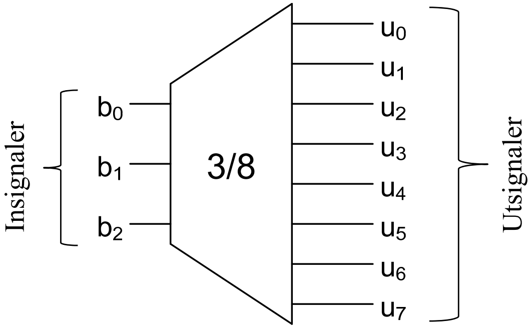
Funktionstabell

Dec.	b_1	b_0	u_0	u_1	u_2	u_3
0	0	0	**1**	0	0	0
1	0	1	0	**1**	0	0
2	1	0	0	0	**1**	0
3	1	1	0	0	0	**1**

Realisering



Kodomvandlare - ”3/8 binäravkodare”

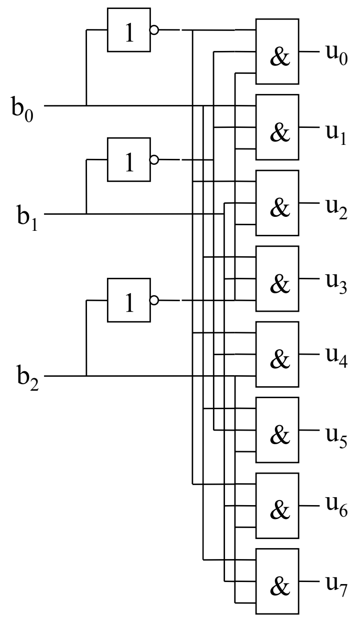


Funktionstabell

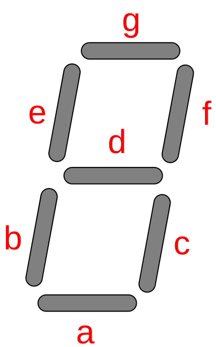
Dec.	b_2	b_1	b_0	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	**1**	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	**1**	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0	0	**1**	0	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	**1**	0
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	**1**

Realisering ”3/8 binäravkodare”

$$u_0 = \overline{b_2}\,\overline{b_1}\,\overline{b_0}$$
$$u_1 = \overline{b_2}\,\overline{b_1}\,b_0$$
$$u_2 = \overline{b_2}\,b_1\,\overline{b_0}$$
$$u_3 = \overline{b_2}\,b_1\,b_0$$
$$u_4 = b_2\,\overline{b_1}\,\overline{b_0}$$
$$u_5 = b_2\,\overline{b_1}\,b_0$$
$$u_6 = b_2\,b_1\,\overline{b_0}$$
$$u_7 = b_2\,b_1\,b_0$$

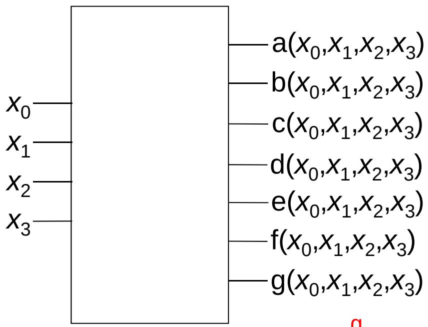


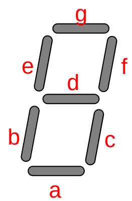
”Sju-sifferindikator (Sju-segmentindikator)”



Siffran 0	Siffran 1	Siffran 2	Siffran 3	Siffran 4
Aktiva segment: a,b,c,e,f,g	Aktiva segment: c,f	Aktiva segment: a,b,d,f,g	Aktiva segment: a,c,d,f,g	Aktiva segment: c,d,e,f
Siffran 5	**Siffran 6**	**Siffran 7**	**Siffran 8**	**Siffran 9**
Aktiva segment: a,c,d,e,g	Aktiva segment: a,b,c,d,e,g	Aktiva segment: c,f,g	Aktiva segment: a,b,c,d,e,f,g	Aktiva segment: c,d,e,f,g

Kodomvandlare: ”NBCD till Sjusegment”





Dec.		x_3	x_2	x_1	x_0		a	b	c	d	e	f	g
0		0	0	0	0		1	1	1	0	1	1	1
1		0	0	0	1		0	0	1	0	0	1	0
2		0	0	1	0		1	1	0	1	0	1	1
3		0	0	1	1		1	0	1	1	0	1	1
4		0	1	0	0		0	0	1	1	1	1	0
5		0	1	0	1		1	0	1	1	1	0	1
6		0	1	1	0		1	1	1	1	1	0	1
7		0	1	1	1		0	0	1	0	0	1	1
8		1	0	0	0		1	1	1	1	1	1	1
9		1	0	0	1		0	0	1	1	1	1	1
∅		1	0	1	0		-	-	-	-	-	-	-
∅		1	0	1	1		-	-	-	-	-	-	-
∅		1	1	0	0		-	-	-	-	-	-	-
∅		1	1	0	1		-	-	-	-	-	-	-
∅		1	1	1	0		-	-	-	-	-	-	-
∅		1	1	1	1		-	-	-	-	-	-	-

Kodomvandlare – ”NBCD till Graykod”

NBCD				Gray			
x_3	x_2	x_1	x_0	g_3	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	**0**	**0**	**0**	**0**
0	0	0	1	**0**	**0**	**0**	**1**
0	0	1	0	**0**	**0**	**1**	**1**
0	0	1	1	**0**	**0**	**1**	**0**
0	1	0	0	**0**	**1**	**1**	**0**
0	1	0	1	**0**	**1**	**1**	**1**
0	1	1	0	**0**	**1**	**0**	**1**
0	1	1	1	**0**	**1**	**0**	**0**
1	0	0	0	**1**	**1**	**0**	**0**
1	0	0	1	**1**	**1**	**0**	**1**
1	0	1	0	**?**	**?**	**?**	**?**
1	0	1	1	**?**	**?**	**?**	**?**
1	1	0	0	**?**	**?**	**?**	**?**
1	1	0	1	**?**	**?**	**?**	**?**
1	1	1	0	**?**	**?**	**?**	**?**
1	1	1	1	**?**	**?**	**?**	**?**

➡

NBCD				Gray			
x_3	x_2	x_1	x_0	g_3	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	**0**	**0**	**0**	**0**
0	0	0	1	**0**	**0**	**0**	**1**
0	0	1	0	**0**	**0**	**1**	**1**
0	0	1	1	**0**	**0**	**1**	**0**
0	1	0	0	**0**	**1**	**1**	**0**
0	1	0	1	**0**	**1**	**1**	**1**
0	1	1	0	**0**	**1**	**0**	**1**
0	1	1	1	**0**	**1**	**0**	**0**
1	0	0	0	**1**	**1**	**0**	**0**
1	0	0	1	**1**	**1**	**0**	**1**
1	0	1	0	-	-	-	-
1	0	1	1	-	-	-	-
1	1	0	0	-	-	-	-
1	1	0	1	-	-	-	-
1	1	1	0	-	-	-	-
1	1	1	1	-	-	-	-

”Don’t care”

g_3 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00				
01				
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

g_2 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

g_1 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	-	-	-	-
10			-	-

g_0 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00		1		1
01		1		1
11	-	-	-	-
10		1	-	-

g_3 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00				
01				
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

$$g_3 = x_3$$

g_1 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	-	-	-	-
10			-	-

$$g_1 = x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_1$$

g_2 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

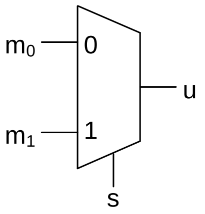
$$g_1 = x_3 + x_2$$

g_0 (x_3x_2 \ x_1x_0)	00	01	11	10
00		1		1
01		1		1
11	-	-	-	-
10		1	-	-

$$g_0 = \overline{x_1}x_0 + x_1\overline{x_0}$$

Väljare (Multiplexer)

Realisering...



1 av 2 väljare

Dec.	s	u
0	0	m_0
1	1	m_1

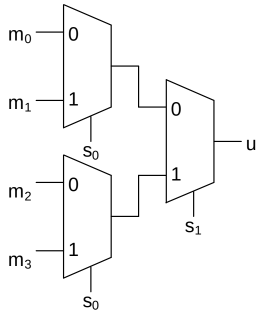
s	m_1	m_0	u
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

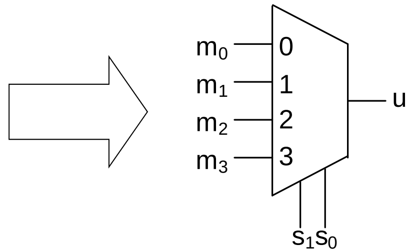
u (s \ m_1m_0)	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

$$u = \overline{s}m_0 + sm_1$$

1 av 4 väljare

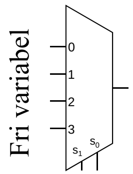
Dec.	s_1	s_0	u
0	0	0	m_0
1	0	1	m_1
2	1	0	m_2
3	1	1	m_3





Realisering med väljare

Lärobokens exempel 4.9
Realisera funktionen: $f(x,y,z) = x'y'z+xy'z'+xy$
med hjälp av en ”1 av 4 väljare”.



väljare

Lösning: (m.h.a ”Shannon's expansionteorem”..)
En variabel är ”fri” de övriga utgör ”väljare”

1. Skriv *f* på disjunktiv normal form.
2. Skriv uttrycket på formen
   $\alpha'\,(\ f(\mathbf{x}-\alpha)\ ) + \alpha\,(\ f(\mathbf{x}-\alpha)\ )$
   dvs. bryt ut den fria variabeln och samla koefficienter för grund och invers
3. Inspektera uttrycket och fastslå signaler för väljarens olika ingångar.

Vi illustrerar nu detta...

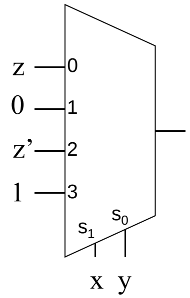
$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= x'y'z+xy'z'+xy = \\ &= x'y'z+xy'z'+xy\,(z+z') \\ &= x'y'z+xy'z'+xyz+xyz' \end{aligned}$$

Fall 1: xy är väljare, z är ”fri”

$$f = z'(\underset{2}{xy'}+\underset{3}{xy}) + z\,(\underset{0}{x'y'}+\underset{3}{xy})$$

Vi identifierar koefficienter för samtliga väljarkombinationer xy.

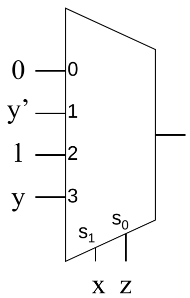
$0 \rightarrow x'y' \rightarrow z$
$1 \rightarrow x'y$ (finns ej) $\rightarrow 0$
$2 \rightarrow xy' \rightarrow z'$
$3 \rightarrow xy \rightarrow (z'+z)=1$



Fall 2: xz är väljare, y är ”fri”

$$f = y'(\underset{1}{x'z}+\underset{2}{xz'}) + y\,(\underset{2}{xz'}+\underset{3}{xz})$$

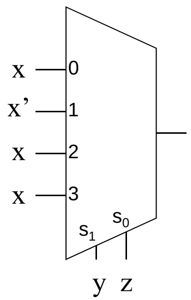
$0 \rightarrow x'z'$ (finns ej) $\rightarrow 0$
$1 \rightarrow x'z \rightarrow y'$
$2 \rightarrow xz' \rightarrow (y'+y)=1$
$3 \rightarrow xz \rightarrow y$



Fall 3: yz är väljare, x är ”fri”

$$f = x'(\underset{1}{y'z}) + x\,(\underset{0}{y'z'}+\underset{3}{yz}+\underset{2}{yz'})$$

$0 \rightarrow y'z' \rightarrow x$
$1 \rightarrow y'z \rightarrow x'$
$2 \rightarrow yz' \rightarrow x$
$3 \rightarrow xz \rightarrow x$



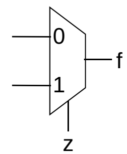
Lärobokens exempel 4.9 igen
Realisera funktionen: $f(x,y,z) = x'y'z+xy'z'+xy$
med hjälp av en ”1 av 2 väljare”.

Lösning:
Vi utnyttjar på nytt expansionsteoremet men denna gång används den utbrutna variabeln för väljarfunktionen.
Vi nöjer oss här med att visa ett fall där vi använder **z** som väljare.

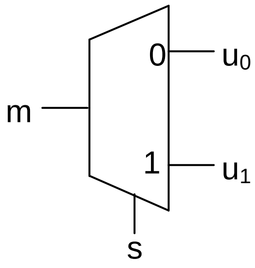
$$f = z'(xy'+xy) + z\,(x'y'+xy)$$

$(xy'+xy) = \mathbf{x}$

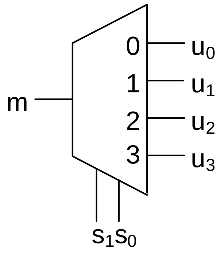
$(x'y'+xy) = \mathbf{(x\oplus y)'}$



Fördelare (Demultiplexer)

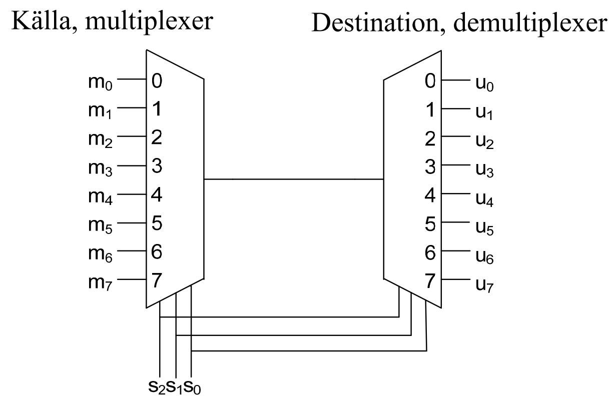


Dec.	s	u_0	u_1
0	0	**m**	0
1	1	0	**m**



Dec.	s_1	s_0	u_0	u_1	u_2	u_3
0	0	0	**m**	0	0	0
1	0	1	0	**m**	0	0
2	1	0	0	0	**m**	0
3	1	1	0	0	0	**m**

”Multiplex” en-tråds buss

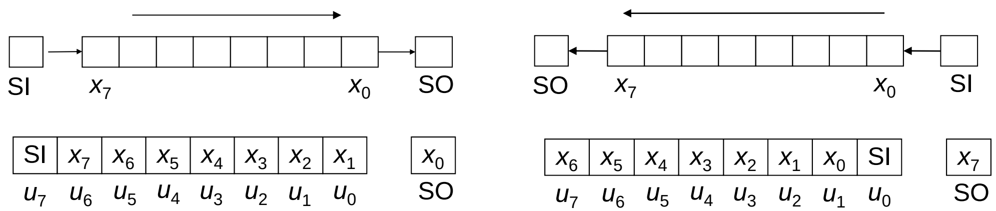


Dvs. 8 signaler kan överföras med hjälp av fyra ledningar...

Skiftoperationer

Kan vara höger- eller vänster- skift....

x_7	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0



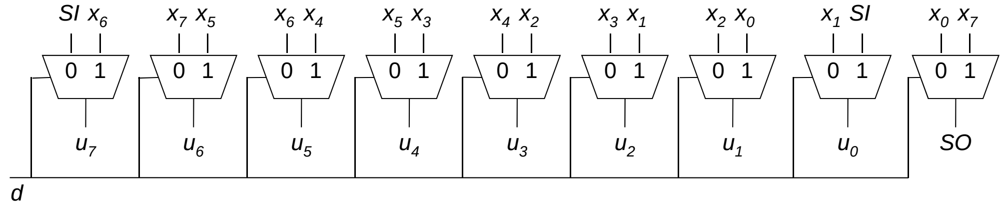
SI; Shift In *SO; Shift Out*

Exempel: Kombinatoriskt nät för höger-/vänster skift

Vi vill konstruera ett logiknät som klarar såväl höger- som vänsterskift av ett 8-bitars ord (*X*), resultatet är ett nytt 8-bitars ord (*U*) och en utskiftad bit *SO*. Den inskiftade biten kallas *SI* och styrsignalen *d* används för att ange skiftriktning.

Realisering...

d	u_7	u_6	u_5	u_4	u_3	u_2	u_1	u_0	SO
0	SI	x_7	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
1	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	SI	x_7



Heladderaren

Addition av två *n*-bitars binära tal

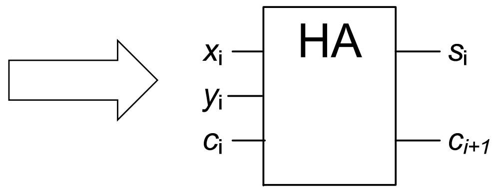
	c_n	c_{n-1}	c_{n-2}	…	c_i	…	c_1	
		x_{n-1}	x_{n-2}	…	x_i	…	x_1	x_0
+		y_{n-1}	y_{n-2}	…	y_i	…	y_1	y_0
		s_{n-1}	s_{n-2}	…	s_i	…	s_1	s_0

Betrakta addition av bitar med index *i*:

	c_{i+1}	c_i
		x_i
+		y_i
		s_i

S = X + Y

	c_{i+1}	c_i
		x_i
+		y_i
		s_i



Ett kombinatoriskt nät för addition av en bit har alltså tre insignaler (c_i, x_i och y_i) och två utsignaler (s_i och c_{i+1}), nätet kallas allmänt för *heladderare* (HA).

Med hjälp av räknelagarna ställer vi upp en funktionstabell för utsignalerna s_i och c_{i+1}:

	c_{i+1}	c_i
		x_i
+		y_i
		s_i

x_i	y_i	c_i		s_i	c_{i+1}
0	0	0		0	0
0	0	1		1	0
0	1	0		1	0
0	1	1		0	1
1	0	0		1	0
1	0	1		0	1
1	1	0		0	1
1	1	1		1	1

0 0 / 0 / 0 / 0

0 0 / 0 / 1 / 1

0 0 / 1 / 0 / 1

1 0 / 1 / 1 / 0

0 1 / 0 / 0 / 1

1 1 / 0 / 1 / 0

1 1 / 1 / 0 / 0

1 1 / 1 / 1 / 1

Vi bestämmer nu funktionerna s_i och c_{i+1} med hjälp av Karnaughdiagram

x_i	y_i	c_i		s_i	c_{i+1}
0	0	0		0	0
0	0	1		1	0
0	1	0		1	0
0	1	1		0	1
1	0	0		1	0
1	0	1		0	1
1	1	0		0	1
1	1	1		1	1

$x_i y_i$

s_i (c_i)	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

$$s_i = c_i\bar{x}_i\bar{y}_i + \bar{c}_i\bar{x}_i y_i + c_i x_i y_i + \bar{c}_i x_i \bar{y}_i =$$
$$c_i(\bar{x}_i\bar{y}_i + x_i y_i) + \bar{c}_i(\bar{x}_i y_i + x_i\bar{y}_i) =$$
$$c_i(\overline{x_i \oplus y_i}) + \bar{c}_i(x_i \oplus y_i) =$$
$$c_i \oplus x_i \oplus y_i$$

$x_i y_i$

c_{i+1} (c_i)	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$$c_{i+1} = x_i y_i + c_i y_i + c_i x_i =$$
$$x_i y_i + c_i(y_i + x_i)$$

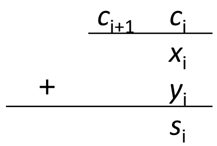
Uttrycket för c_{i+1}:

G, "Generate" *P, "Propagate"*

$$c_{i+1} = x_i y_i + c_i(\, y_i + x_i \,)$$

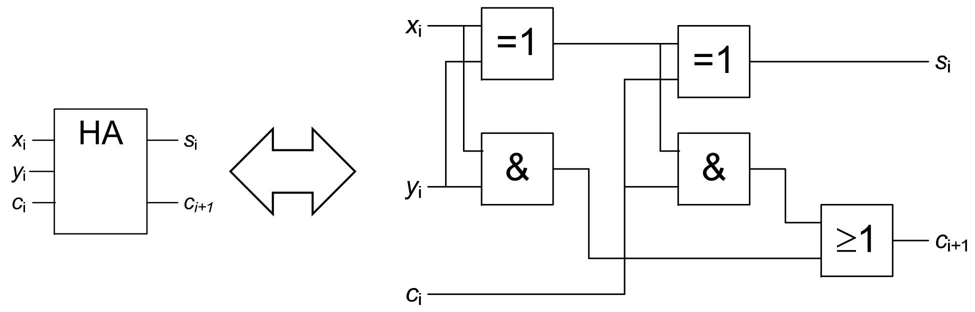
Fallet $x_i=y_i=c_i=1$ domineras av G, varför det också gäller att

$$c_{i+1} = x_i y_i + c_i(\, y_i \oplus x_i \,)$$

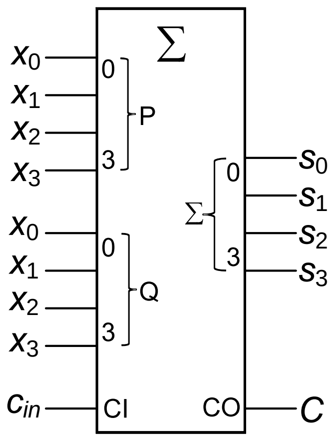


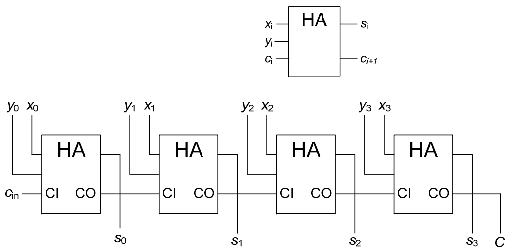
$$s_i = c_i \oplus \boxed{x_i \oplus y_i}$$

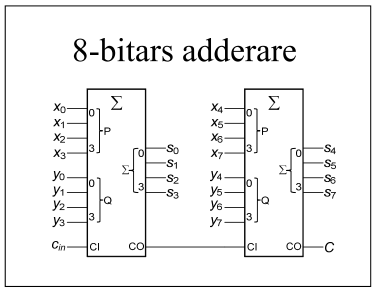
$$c_{i+1} = x_i y_i + c_i(\boxed{x_i \oplus y_i})$$



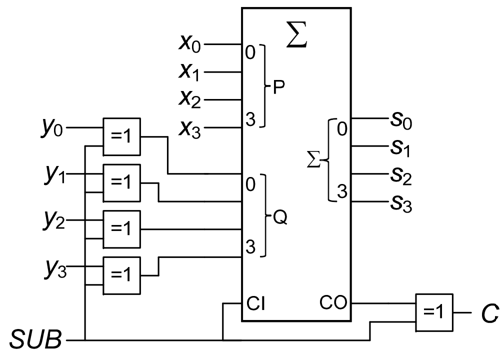
4-bitars adderare







4-bitars adderare/subtraherare



Då SUB=1 blir
Q=Y_{2k} och
C blir "Borrow"