

Grafer, introduction Weiss, kapitel 9.1

Peter Ljunglöf

Terminologi

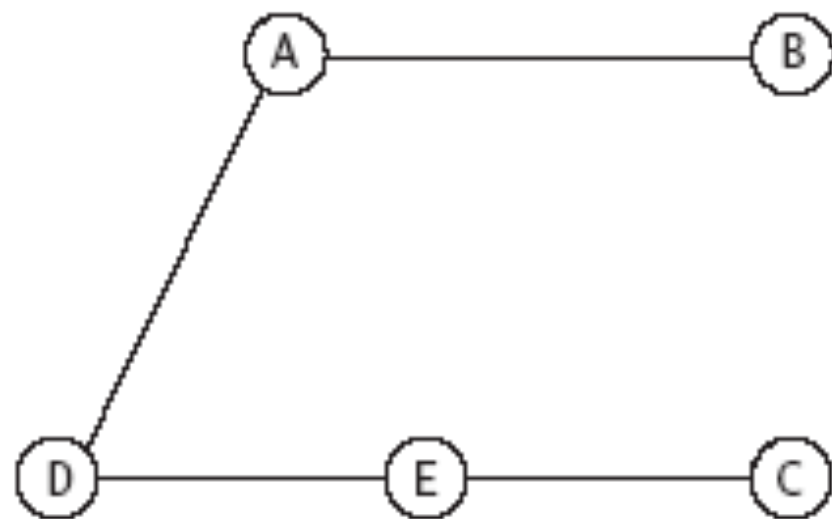
En graf är en datastruktur som består av

- en mängd *noder* (V – vertices), och
- en mängd *bågar/kanter* (E – edges)
 - en båge är ett par (a, b) av två noder
 - en båge kan vara cyklisk — peka på sig själv
- en graf kan vara *riktad* eller *oriktad*
 - om den är oriktad så är (a, b) och (b, a) samma sak
- en graf kan vara *viktad* eller *oviktad*
 - om den är viktad så är bågarna tripler (a, b, w) , där w är vikten (oftast ett tal > 0)

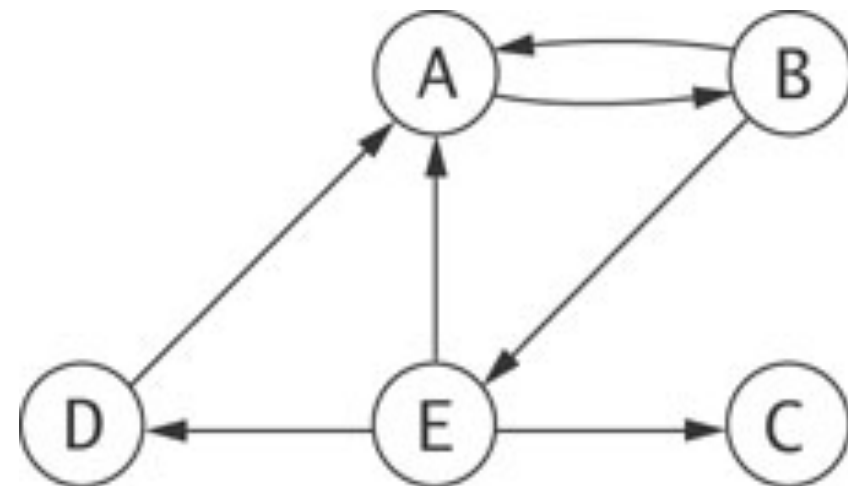
Visuell representation

Noder representeras som punkter eller cirklar

Bågar representeras som linjer mellan noderna



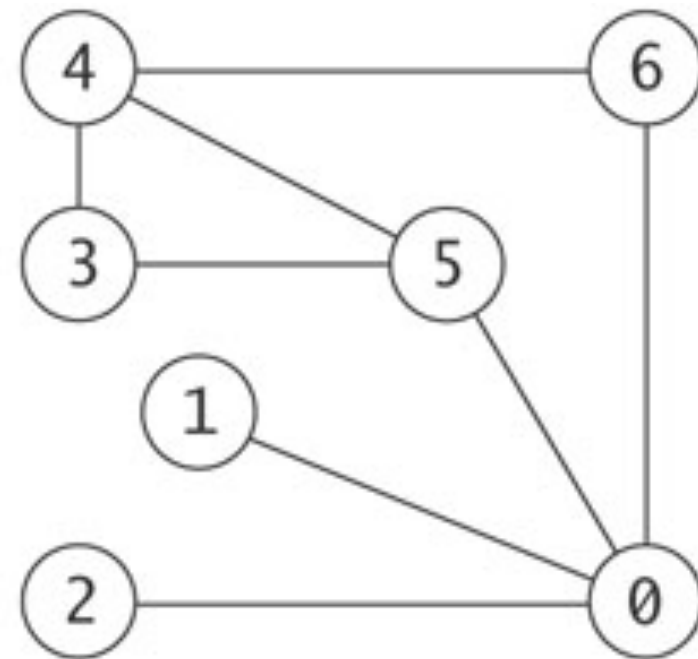
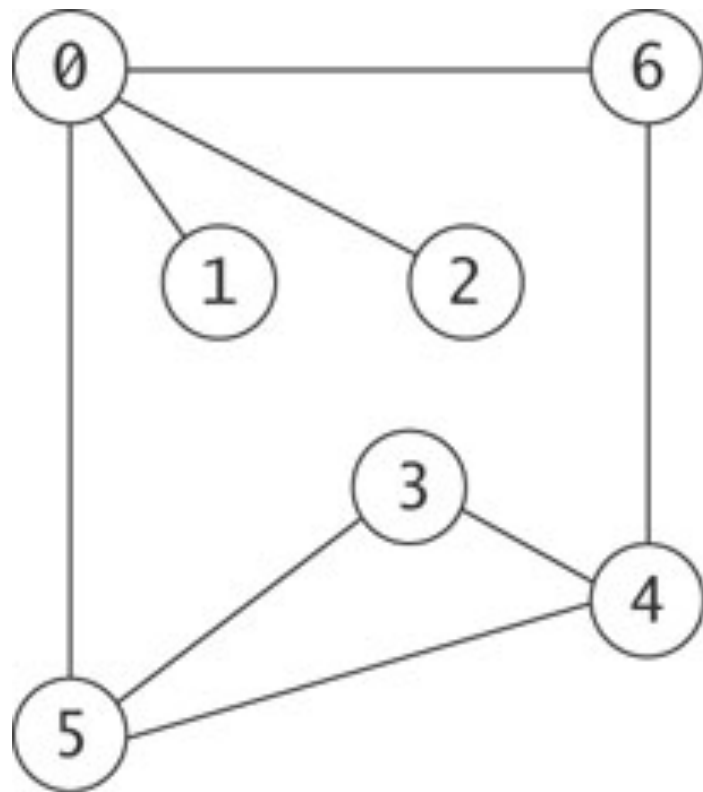
$$V = \{A, B, C, D, E\}$$
$$E = \{(A, B), (A, D), (C, E), (D, E)\}$$



$$V = \{A, B, C, D, E\}$$
$$E = \{(A, B), (B, A), (B, E), (D, A), (E, A), (E, C), (E, D)\}$$

Layouten är oviktig

Exakt hur vi placerar ut noderna och bågarna är oviktigt



$$V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{(0, 1), (0, 2), (0, 5), (0, 6), (3, 5), (3, 4), (4, 5), (4, 6)\}$$

Stigar/vägar och cykler

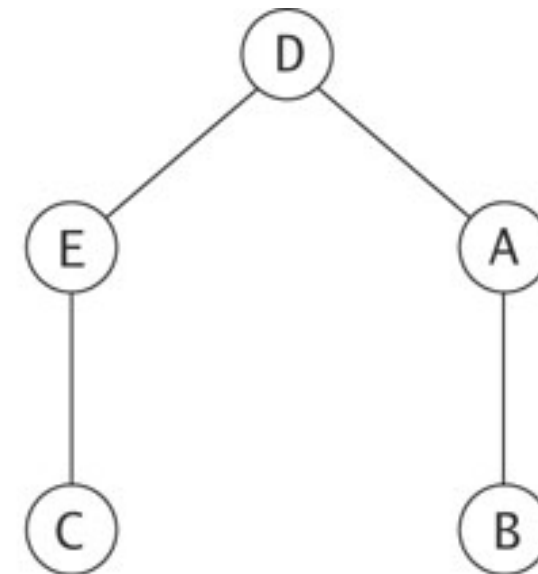
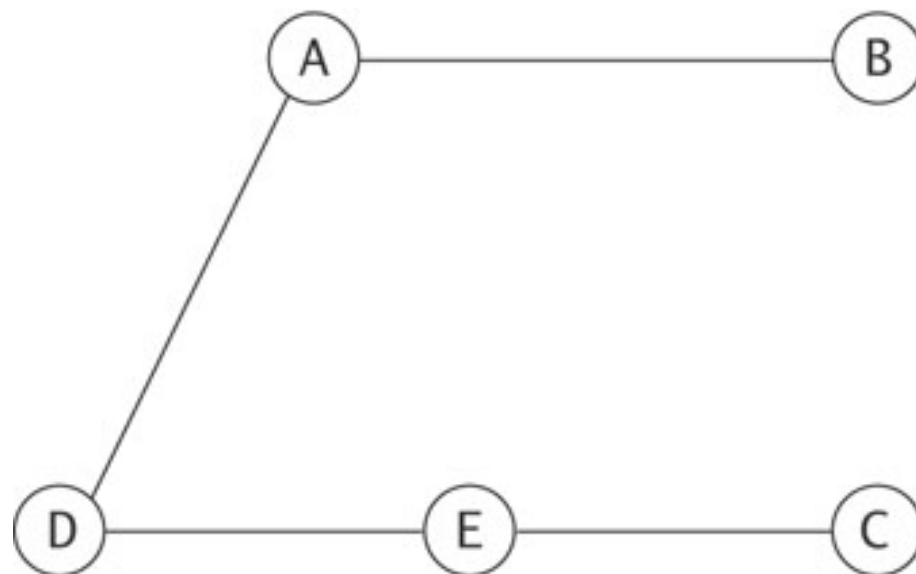
- två noder är *grannar* (adjacent) om det finns en båge mellan dem
- en *stig* eller *väg* (path) är en sekvens noder, där varje nod är granne med sin föregångare
- i en *enkel stig* (simple path), är alla noder olika, utom möjligen första och sista
- en *cykel* (cycle) är en enkel stig där första och sista noden är samma
- en oriktad graf är *sammanhängande* (connected), om det finns stigar mellan alla noder
- om en graf inte är sammanhängande, så består den av *sammanhängande komponenter* (connected components)

Träd är grafer

Träd är ett specialfall av grafer — varje graf som:

- är sammanhängande (connected), och
- inte innehåller några cykler

kan ses som ett träd genom att göra någon av noderna till rot



Att implementera grafer

Alternativ 1: Bågarna representeras av en 2-dimensionell array (kallad "adjacency matrix"), med $|V|$ rader och $|V|$ kolumner

- cellerna kan då innehålla bågens vikt

Alternativ 2: Bågarna representeras av en finite map med $|V|$ listor ("adjacency lists"), en lista för varje nod

- varje lista innehåller de noder som gränsar till den givna noden
- listan är oordnad

Vilken är bäst – lista eller matris

Densiteten är kvoten $|E| / |V|^2$

- i en *tät* (dense) graf är $|E|$ nära $|V|^2$
- i en *gles* (sparse) graf är $|E|$ mycket mindre än $|V|^2$

Vi kan anta att

- $O(|E|) = O(|V|^2)$ för en tät graf
- $O(|E|) = O(|V|)$ för en gles graf

Alltså:

- en adjacency matrix är bra om grafen är tät
- en adjacency list är bra om grafen är gles