Kommentarer till mini-tentan

Uppgift 1

Vanligaste felet jag såg här var att resonemanget för varför funktionen är injektiv var så här: "funktionen är injektiv eftersom vi inte kan få två lika resultatvärden för två olika argument".

Detta är visserligen sant, men det räcker inte som svar eftersom du inte alls refererar till funktionen i frågan. Ditt svar måste innehålla något i stil med "om f(x) = f(y) då har vi 2x+1=2y+1 och då har vi även x=y, alltså kan vi inte få två lika värden för två olika argument". Med andra ord, du måste använda funktionens definition i ditt svar.

Uppgift 2

De vanligaste 2 felen jag såg här var:

(1) svaret var ingen förenkling, dvs. ni gav en formel som betydde samma sak men den var inte enklare, snarare mer komplicerad. T.ex. är ¬p v (¬p v q) mer komplicerat.

(2) sanningstabellen blev fel pga. fel sanningstabell för → (implikation). Kom ihåg att falskt→falskt är sant, och falskt→sant är också sant.

Uppgift 3

Denna var den svåraste uppgiften (med genomsnitt poäng 1.02.) Vanliga fel här var:

(1) Formeln var korrekt, men den hade inga kvantifierare. Glöm inte dessa!

(2) Det kvantifierades bara över en variabel x. Utsagan pratar om två primtal, alltså behöver du använda två variabler, t.ex. x och y.

(2) Formeln hade inget giltigt utseende. Ett exempel på en sådan formel är (ganska vanligt förekommande):

∀Prim(x), Prim(y) : x+y=Even(z)

Detta fungerar inte av flera anledningar. Dels kan man inte skriva ∀Prim(x). När man skriver en ∀-kvantifierare ska det följas av en variabel, inget annat. Prim(x) är inte en variabel, det är ett påstående. Om du vill kvantifiera över alla primtal x kan du t.ex. skriva:

$\forall x : (Prim(x) \rightarrow \ldots x\ldots)$

Och dels kan man inte skriva x+y=Even(z). Man säger i språk “summan av x och y är jämn”, men vad man menar är “summan av x och y har egenskapen att den är jämn”. Ordet “är” ska alltså inte skrivas som “lika med”, “=”, men man skriver så här:

Even(x+y)

Det är också oklart hur z kommer in i bilden.

Uppgift 4

(1) Ett ganska vanligt svar till (a) var:

$$\sum_{n=1}^{n} 2n$$

med andra ord, användes n både som variabeln n men också som variabeln som summan varierar. Korrekt svar är t.ex.:

$$\sum_{i=1}^{n} 2i$$

(2) Många skriver i induktionssteget så här:

Anta att n = n+1

Detta är förstås nonsens; n kan aldrig vara lika med n+1, och genom att anta det har du antagit falskt.

Använd istället en annan variabel: Anta att n=k+1 fungerar mycket bättre.

(3) Många skriver så här:

(x + 1) + 1 <=> x + 2

Men <=> använder man till ekvivalens mellan påståenden, inte till likhet mellan uttryck. Använd = istället:

(x + 1) + 1 = x + 2

(4) Induktionsbevisen kan vara ganska röriga ibland. Tänk på följande saker:

1. Ha tydliga steg i ditt bevis, där du börjar med något du vet eller antar, och i nästa steg skriver något som följer från det, osv. Många blandar steg där man skriver något man vet (t.ex. I.H.) med "steg" som beskriver vad man skulle vilja bevisa. Då är det väldigt oklart vad som händer.

2. När du tar steg i ett bevis, skriv då (t.ex. i ord) VARFÖR du tar det steget. Det finns alldeles för många bevis som bara har symboler utan någon motivation alls till varför du skriver det du gör.

Ett bevis är en BERÄTTELSE som du använder för att övertyga läsaren om varför du tror att något är sant. Använd ord som förklarar vad du gör!

Detta är speciellt viktigt när du använder induktionshypotesen i ett induktionsbevis. Var tydlig med var det händer!

3. På tal om induktionsbevis. Induktionshypotesen skall nämnas på (åtminstone) 2 ställen i ett bevis: Det första är när du skriver ner VAD induktionshypotesen är i ditt bevis. Det andra är när du ANVÄNDER induktionshypotesen. Jag vill att båda dessa atällen är tydligt markerade i ditt bevis.

Kolla väldigt gärna på de 20-tals exemplen på induktionsbevis som finns på kurshemsidan. Dessa visar tydligt vad vi kräver i ett (induktions-)bevis.

Uppgift 5

Många hoppade över denna uppgift eftersom ni inte hade förberett er på aritmetikdelen. Helt OK förstås.

Ett återkommande fel var följande resonemang:

> $14x + 21y = 30$ har inte någon lösning eftersom 14,21,30 inte har några gemensamma delare större än 1.

Det stämmer att ekvationen inte har en lösning. Men detta är inte anledningen. En diofantisk ekvation har ingen lösning när det finns en delare till konstanterna på vänstersidan (här 14 och 21) som inte är en delare till konstanten på högersidan (här 30).

Så var fallet i uppgiften: 7 delar 14 och 21 men inte 30. Ingen lösning alltså.

Det finns dock många diofantiska ekvationer med lösningar trots att konstanterna inte har någon gemensam delare större än 1. Ett exempel är:

$$2x + 5x = 3$$

2,5,3 har ingen gemensam delare men det finns lösningar ändå eftersom sgd(2,5) | 3.