FÖRELÄSNING 2

Repetition: Nätanalys för AC

Repetition: Elektricitetslära

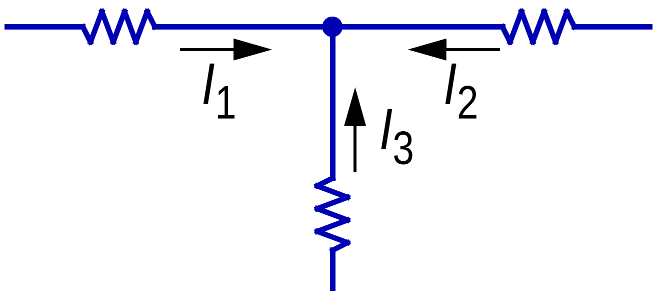
Repetition: Halvledarkomponenterna

Repetition: Nätanalys för AC

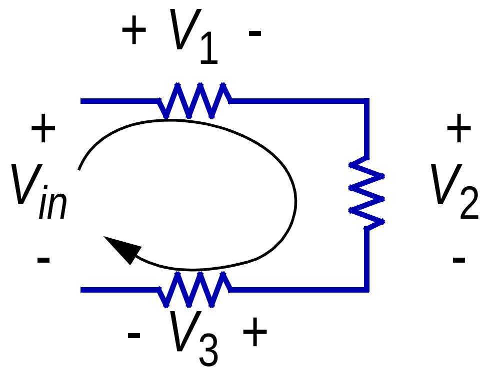
NÄTANALYS

- Med hjälp av jω-metoden kan man tillämpa den vanliga nätanalysen för likspänning/likström <u>även för</u> växelspänning/växelström.
Med den "vanliga nätanalysen för likspänning/likström" menas alltså:

1. Kirchhoffs strömlag för knutpunkt = nod:
$I_1 + I_2 + I_3 = 0$:

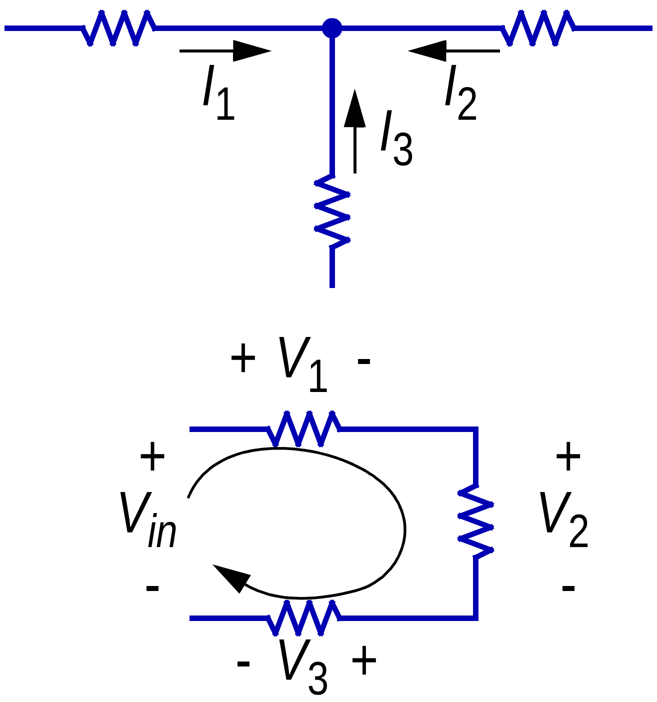


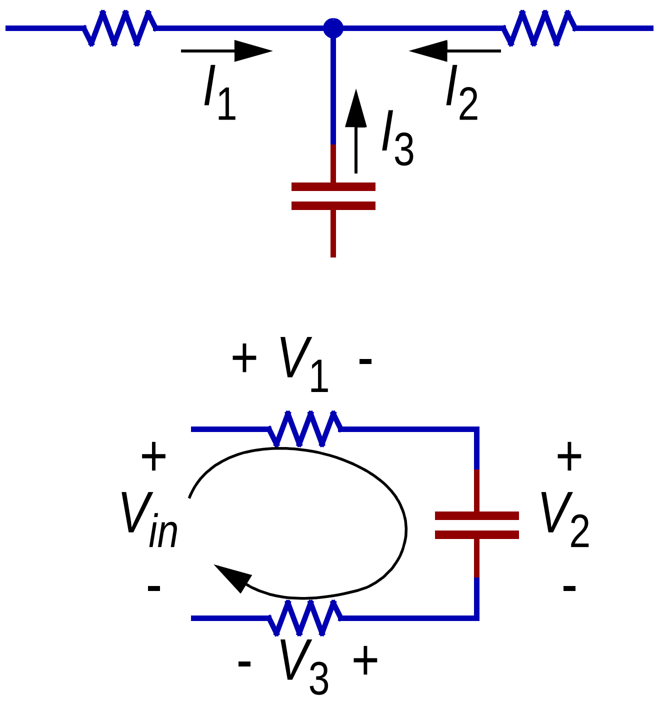
2. Kirchhoffs spänningslag för slinga i krets:
$V_{in} - V_1 - V_2 - V_3 = 0$



NÄTANALYS FÖR AC

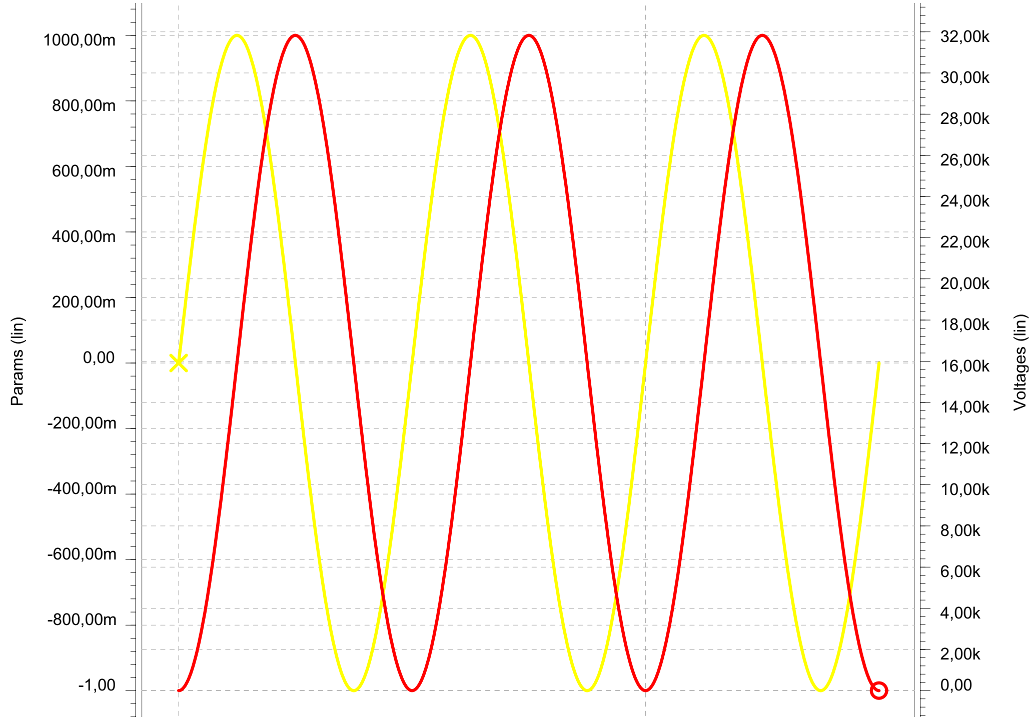
Samma lagar gäller för AC som för DC.





NÄTANALYS FÖR AC - KOMPONENTER

- Resistansen är oberoende av frekvens.
- Reaktansen är en frekvensberoende “resistans”.
- Reaktanser ges på imaginär form: de förskjuter ström och spänning tidsmässigt.



Kapacitanssimulering: Gul kurva är ström - Röd kurva är spänning

NÄTANALYS FÖR AC - KAPACITANSEN

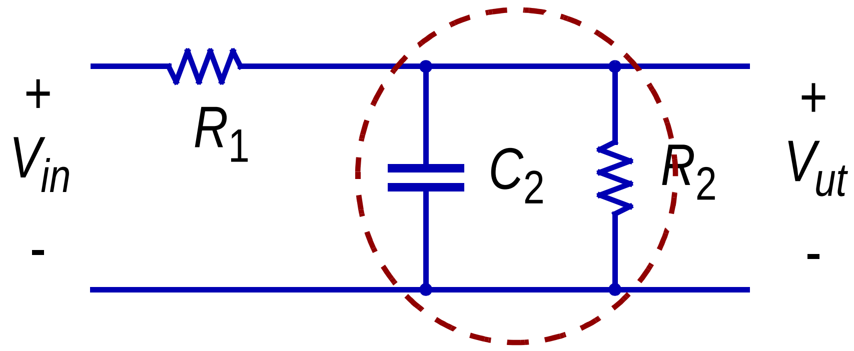
- För en kapacitans har vi att reaktansen beskrivs som $1/j\omega C$ — detta är en modell för att beskriva kapacitansen när man gör nätanalys. ω kallas vinkelfrekvens och är en funktion av fysisk frekvens $\omega = 2\pi \cdot \text{frekvens}$.

- Om man bortser från frekvensegenskaperna så kan man ta absolutbeloppet för att titta på kapacitansens “resistansbeteende”; då får vi $1/2\pi fC$: Ju högre frekvens, desto mindre värde på reaktansen.

  Man kan säga att motståndet mot ström <u>sänks</u>, när vi <u>höjer</u> frekvensen.

  - Spolar (induktanser) tillhör inte kärnan av denna kurs, trots att induktanser spelar mycket stor roll för digitala integrerade kretsar. Vi har helt enkelt inte tid för dessa.
  - För att göra bilden av reaktanserna komplett, så noterar vi att induktansen har reaktansen $j\omega L$. När frekvensen höjs, utgör induktansen ett ökande motstånd.

EXEMPEL PÅ jω-METODEN 1(2)



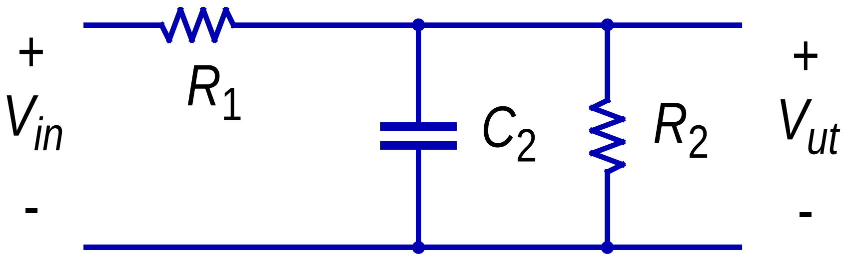
Detta är ett lågpassfilter:
Låga frekvenser passerar

- Reaktansen (frekvensberoende "resistans") för C_2: $\dfrac{1}{j\omega C_2}$.

- Alltså ger parallellkopplingen av C_2 och R_2 upphov till impedansen:

$$\frac{R_2 \cdot \dfrac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{R_2 \cdot j\omega C_2 + 1}$$

EXEMPEL PÅ jω-METODEN 2(2)



Antag att utgången är obelastad

- För att finna V_{ut}, har vi nu att räkna ut en enkel spänningsdelning:

$$\frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R_2}{j\omega R_2 C_2 + 1}}{\dfrac{R_2}{j\omega R_2 C_2 + 1} + R_1} = \frac{R_2}{R_2 + (j\omega R_2 C_2 + 1)R_1}$$

vilket kan skrivas som

$$\frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C_2}$$

ÖVERFÖRINGSFUNKTION MED EN (1) POL

- Vi har överföringsfunktionen $\frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C_2} \Rightarrow$

$$\frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\frac{R_1 + R_2}{(R_1 R_2 C_2)}}}.$$

- Här är $\frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$ kretsens dämpande egenskaper vid DC (likspänning/ström).

- Här är $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2}$ den <u>övre gränsfrekvensen</u> (dämpning 3 dB $\Rightarrow$ dämpning $\frac{1}{\sqrt{2}}$).

POLFREKVENS OCH 3 DB

- När frekvensen av en växelspänning överensstämmer med polen märker vi en dämpning på 3 dB (eller $\frac{1}{\sqrt{2}}$).

- Vi har ju $\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\text{pol}}}$, vilket betyder att för fallet då $\omega = \text{polfrekvensen}$ fås amplituden (absolutbeloppet) $\left|\frac{1}{1+j}\right| = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

FASFÖRSKJUTNING

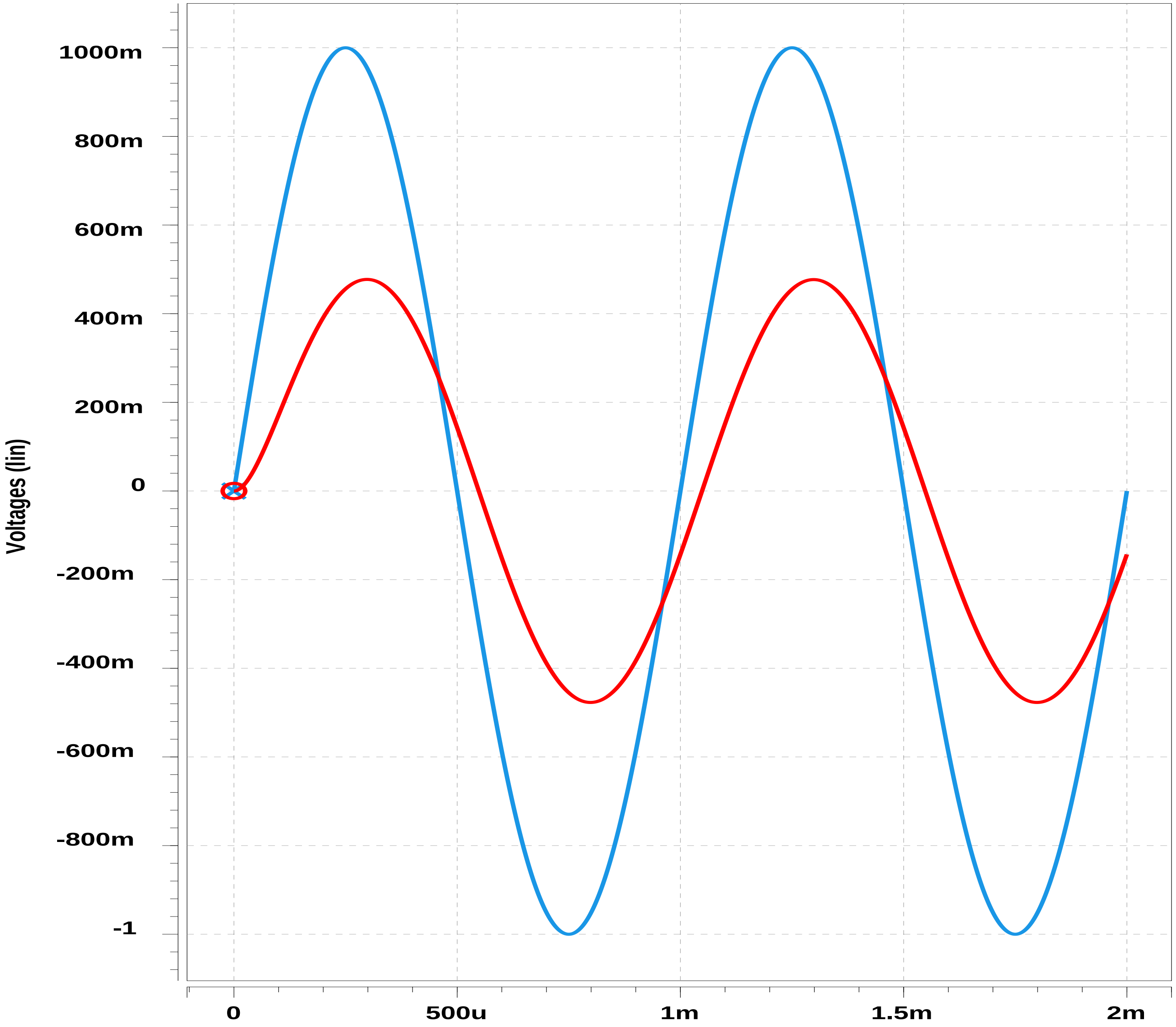
- Fasen i överföringsfunktionen uttrycks som argumentet, och detta räknas ut som arctangens av imaginärdel dividerad med realdel.
- Vi har ju $\frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C_2}$. Låt oss kalla denna $H(\omega)$.
- Hur får man upp j:et ur nämnaren? Jo, multiplicera med konjugatet av nämnaren: $(R_1 + R_2) - j\omega R_1 R_2 C_2$.
- Eftersom konjugatet hamnar i täljaren (som från början är enbart reell), fås nu fasen som arctan av $\frac{-\omega R_1 R_2 C_2}{R_1 + R_2}$.

  Fasen varierar tydligen med frekvensen!

EXEMPEL PÅ LÅGPASSFILTER

- Exempel: $R_1 = R_2 = 1\ \text{k}\Omega$, $C_2 = 100$ nF.
- $$\frac{R_2}{(R_1 + R_2)} = \frac{1000}{1000 + 1000} = 0{,}5\ \text{V}$$ ty $V_{in} = 1$ V (2 V topp-topp).
- $$\omega_{-3\text{dB}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_2} = 20000 \Rightarrow f_{-3\text{dB}} = 3183\ \text{Hz}.$$
- arg $H(\omega)$ då $f = 1$ kHz $\Rightarrow$ $$\arctan\left(\frac{-2000\pi R_1 R_2 C_2}{R_1 + R_2}\right) = -17{,}44\,°.$$

TRANSIENTSIMULERING: TIDSDOMÄN



V_{in} - blå

V_{ut} - röd

@ 1 kHz:

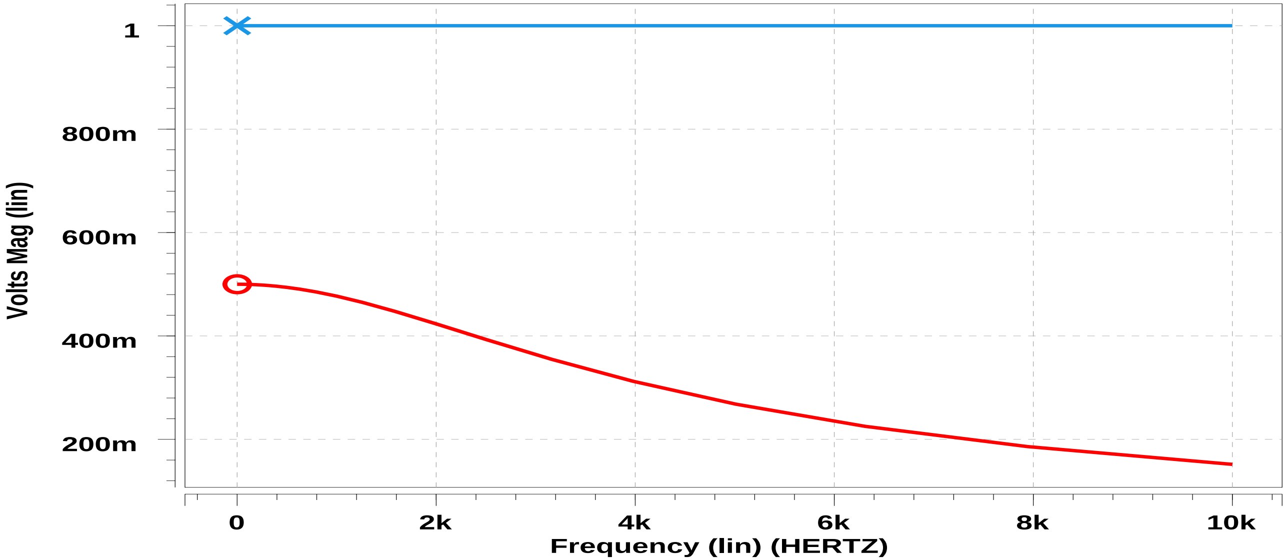
V_{ut} ligger 48,4 µs efter V_{in}

En period = 1 ms

Fasförskjutning:

$$\frac{48{,}4}{1000} \cdot 360\,^{\circ} = 17{,}4\,^{\circ}$$

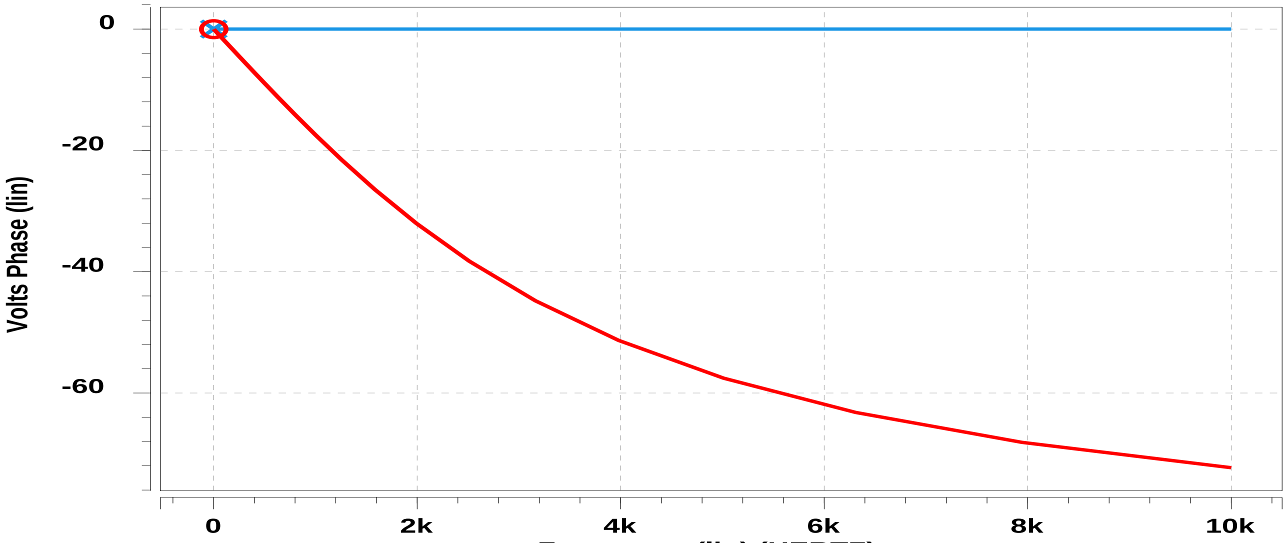
AC-SIMULERING: FREKVENSDOMÄN



V_{in} - blå

V_{ut} - röd

Amplitud

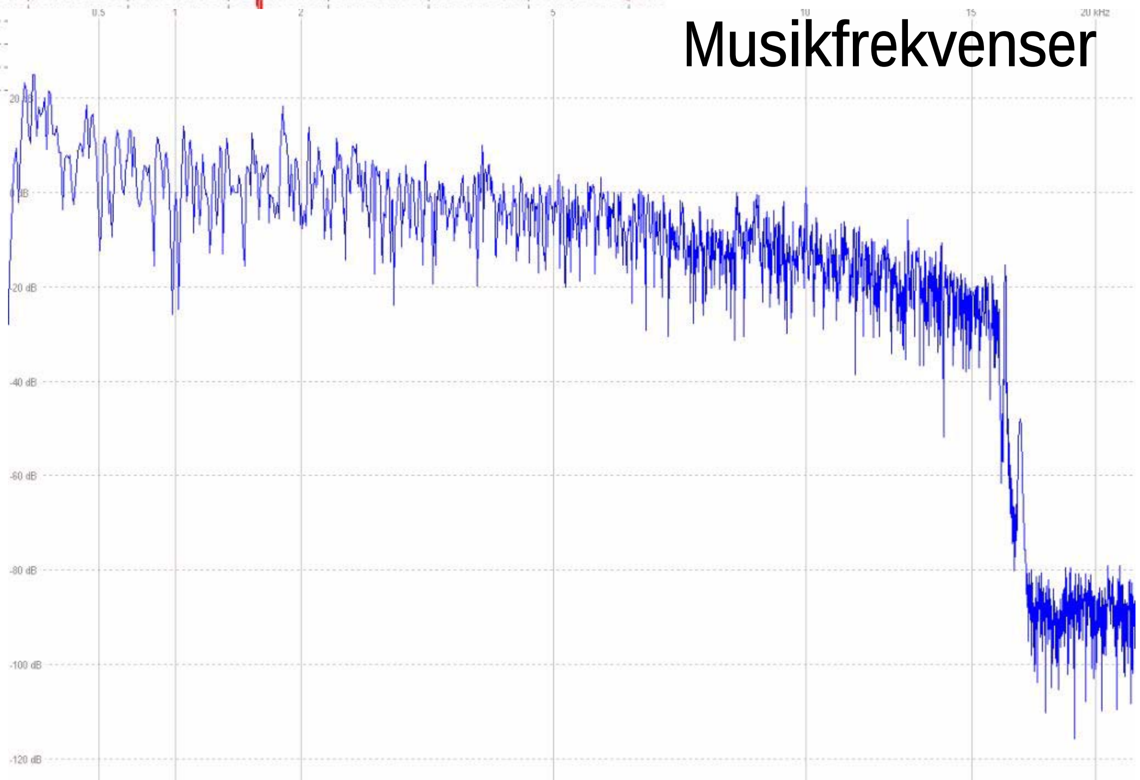


Fas

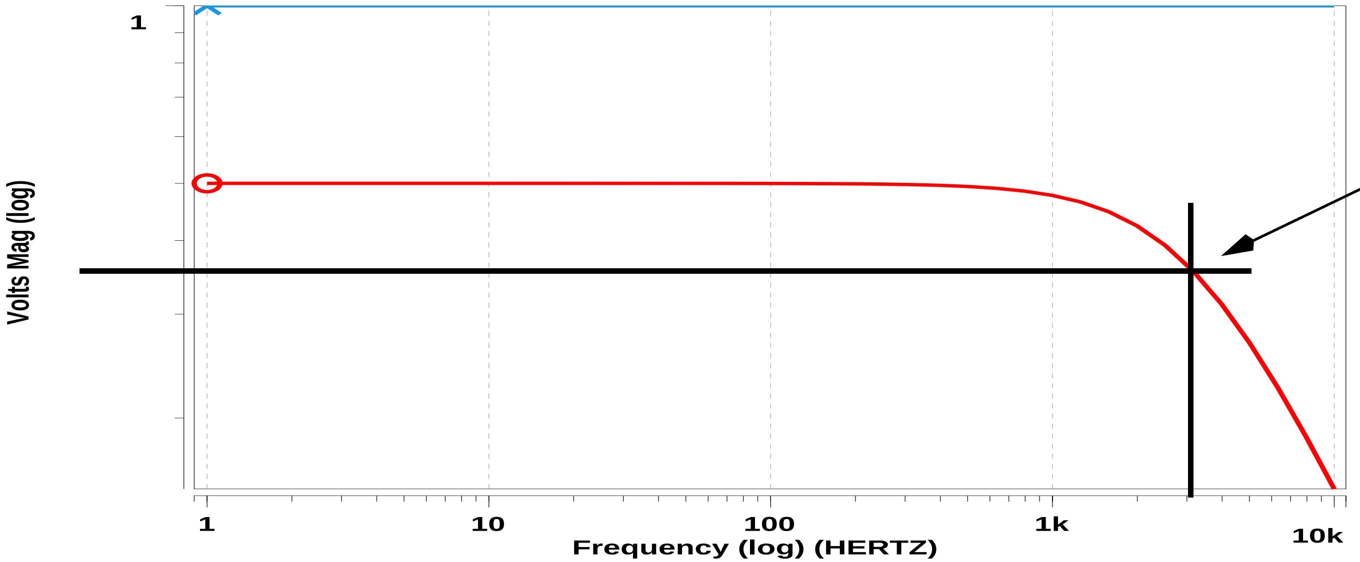
TID OCH FREKVENS - MP3 MUSIK

Musik: $V(t)$

Musikfrekvenser



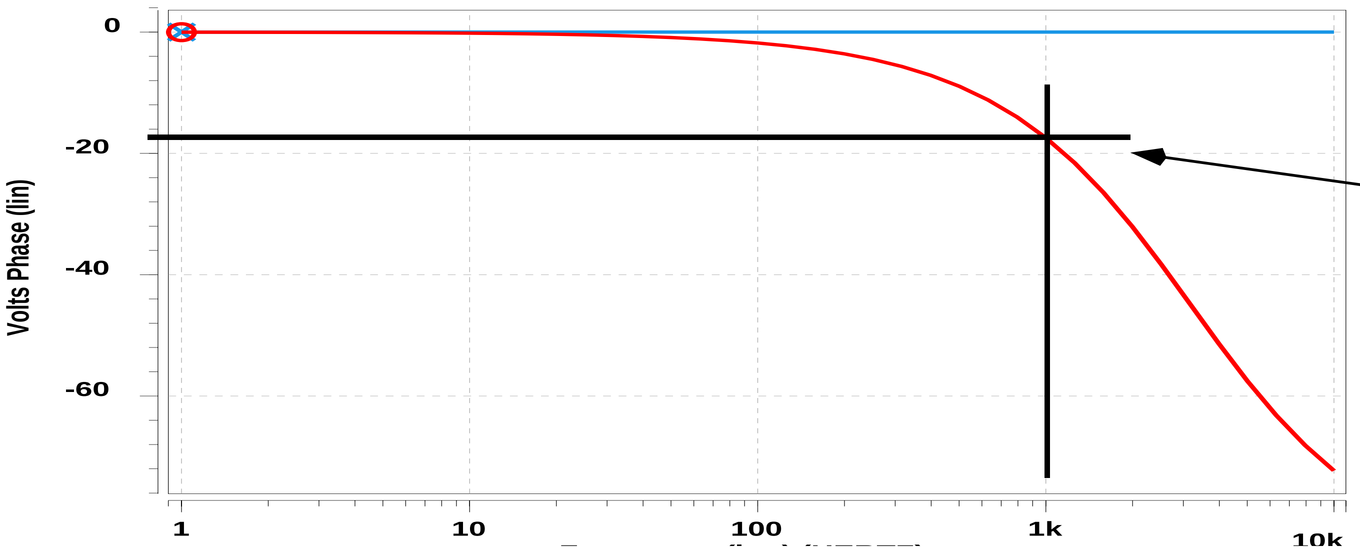
AC-SIMULERING: FREKVENSDOMÄN LOGSKALA



$$f_{-3dB} = 3183 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow$$

$$V_{ut} \approx 0{,}36 \text{ V} = \frac{0{,}5}{\sqrt{2}}$$



Fasförskjutning vid 1 kHz ≈ 17 °

Repetition: Elektricitetslära

(i det följande betyder E elektriskt fält, inte energi)

ELEKTRICITETSLÄRA

- ... handlar om elektriska och magnetiska fält, vilket betyder att elläran sysslar med mekanismer som verkar över både små och stora avstånd.
- ... beskriver påverkan/samverkan i liten skala (en transistor, en ledning ...) och stor skala (en låda, ett hus, en basstation och en telefon ...).
- ... är viktig för förståelse av elektriska egenskaper ⇒ konstruktionsintuition.
- ... ger möjlighet att modellera vad som händer i en komponent, så att man kan göra nätanalys.

  - Maxwells ekvationer sammanfattar hur elektriska och magnetiska fält samspelar. Inom fysik- och elektroprogrammen går man igenom ekvationerna i detalj. Det varken hinner eller vill (fast det är rätt intressant!) vi göra i denna kurs; vi ska enbart plocka ut de mest användbara bitarna.

MAXWELLS EKVATIONER (MED VEKTORER)

$\nabla \mathbf{D} = \rho$ (eller $\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$) [**fet stil** = vektor]

"elektriska fält uppstår från en punkt av laddning"

$$\nabla \mathbf{B} = 0$$

"magnetiska fält går runt i cirklar"

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

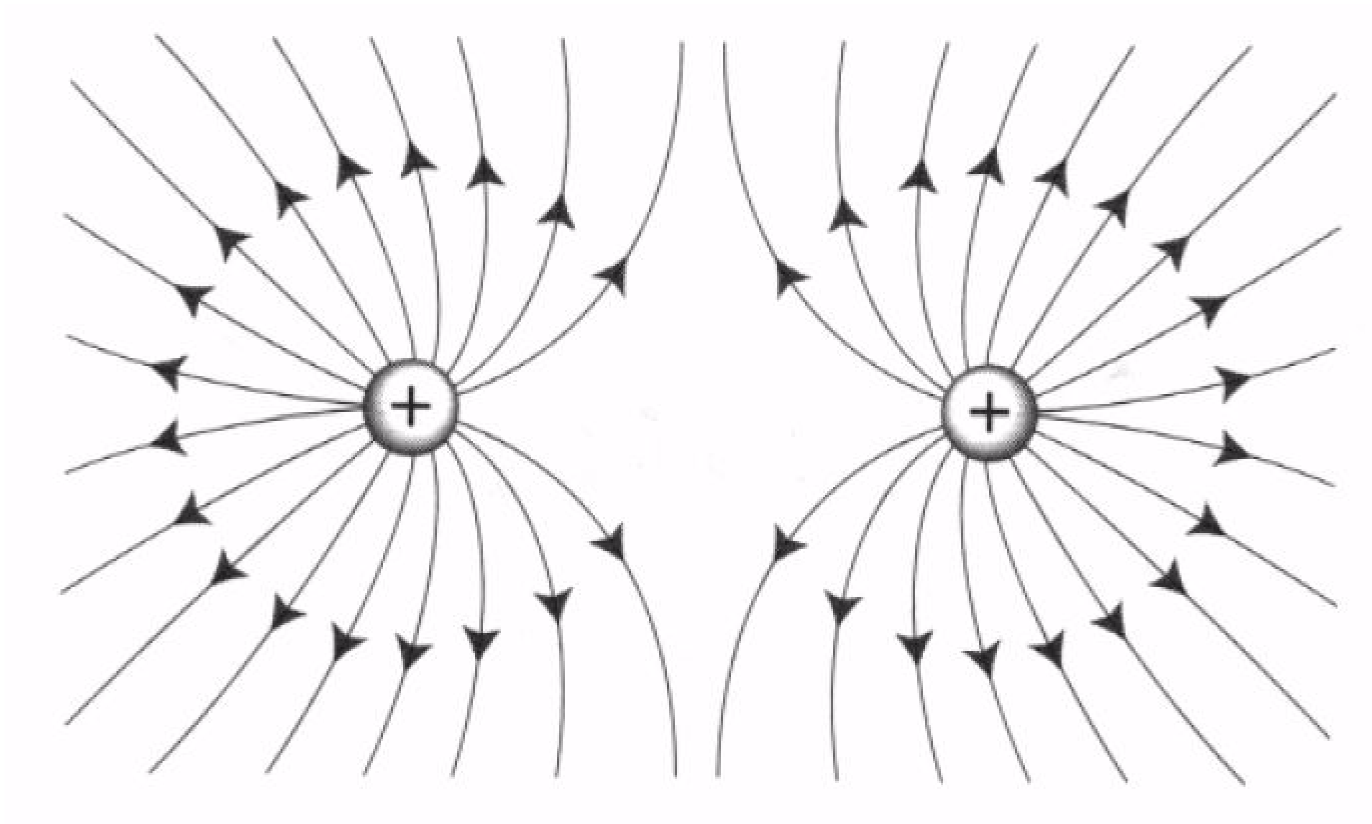
"ett elektriskt fält som varierar ger upphov till magnetfält" - tänk elmagnet eller tänk på elallergiker

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

"ett magnetiskt fält som varierar ger upphov till ett elektriskt fält" - en generator!

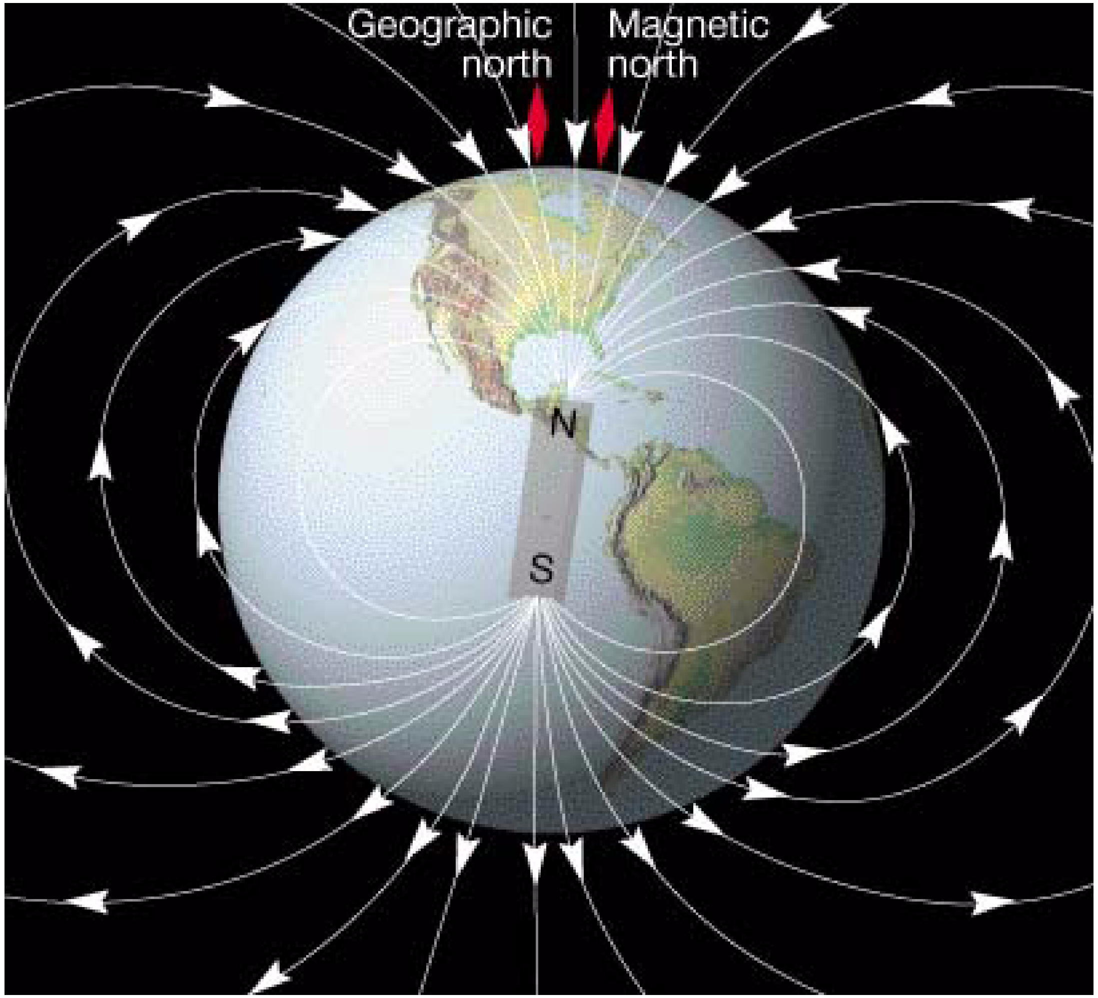
ELEKTRISKA FÄLTET

E är det elektriska fältet som “uppstår från en punkt av laddning”



MAGNETISKA FÄLTET

H är det magnetiska fältet som “går runt i cirklar”



ELSTATIK

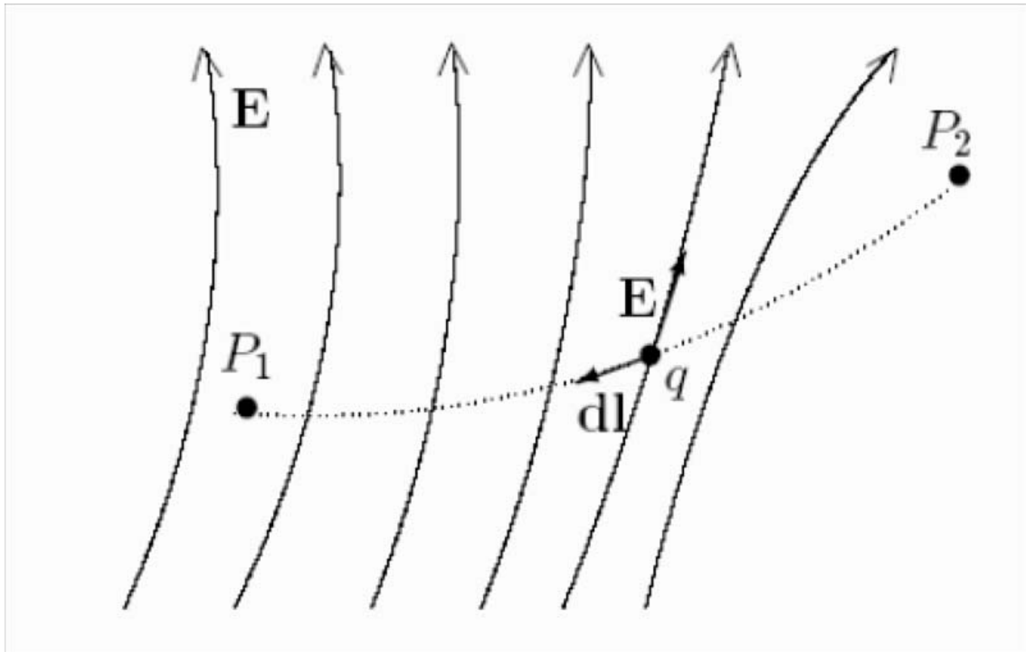
- En gren av elläran kallas <u>elstatik</u>

  [“statik” i betydelsen “ingenting rör på sig” d.v.s. $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} = 0$] .

- Med $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ kan man visa att potential (spänning) kan tas fram som en linjeintegral

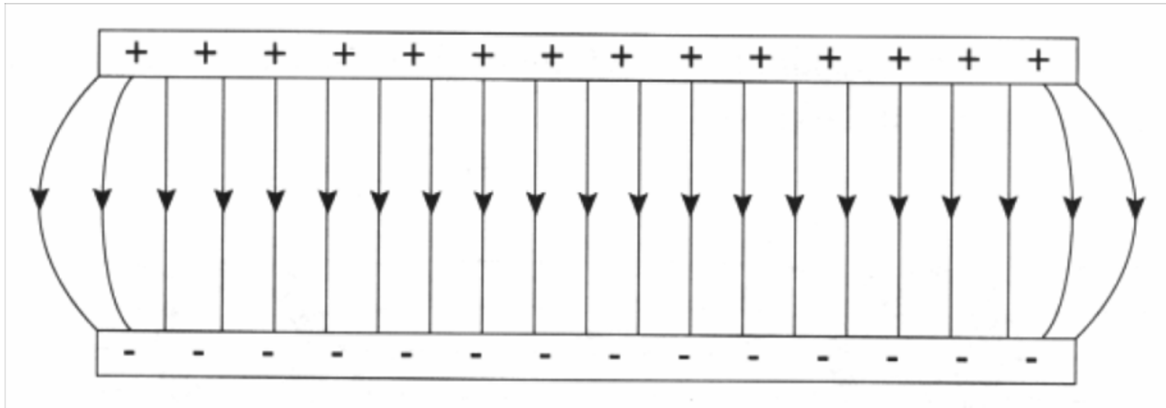
$$V = \int_{P_1}^{P_2} E \; dl$$ genom fältet.

- Och ....?



ELSTATIK - KAPACITANSEN 1(2)

- Låt oss studera en plattkapacitans!

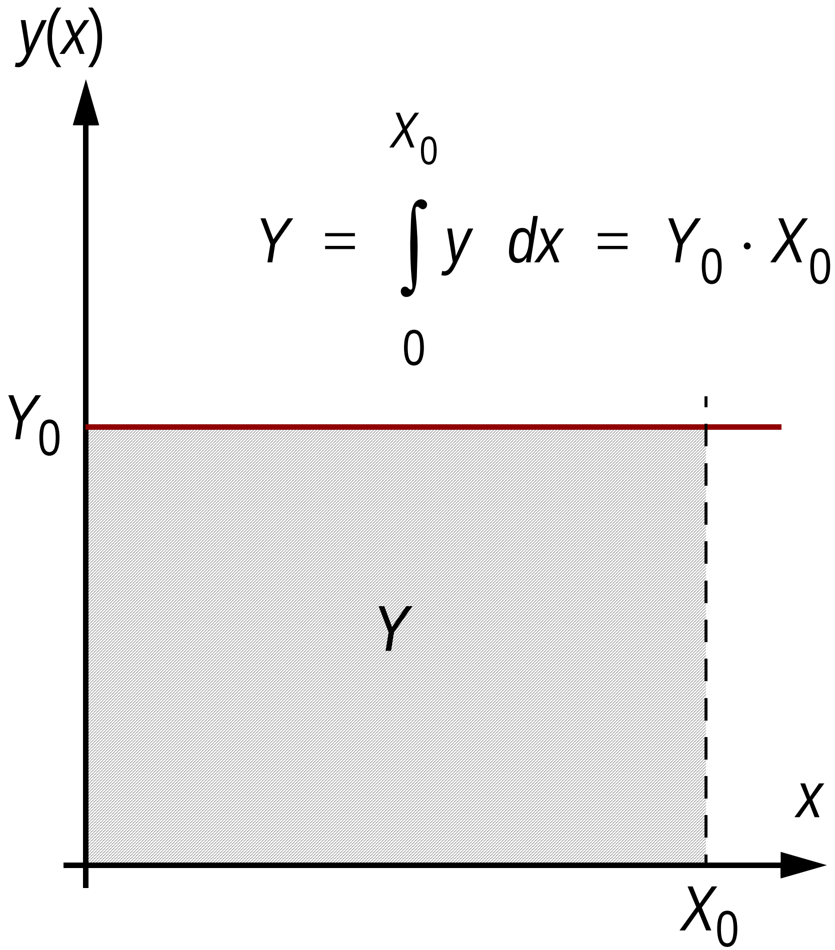


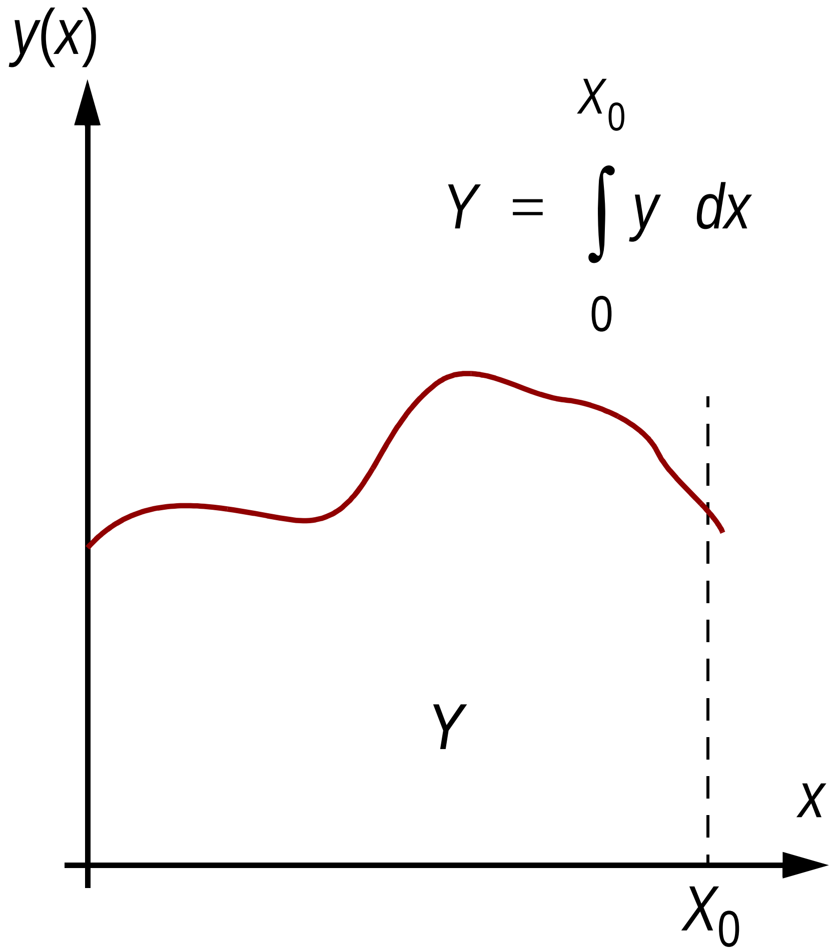
- Elektriska fältet är "konstant och homogent" $\Rightarrow$ den komplicerade integralen

  kan förenklas så att $V = \int_0^d E \; dl = E \cdot d$, där E är det elektriska fältet i en

  dimension, givet med enheten Volt/meter, medan plattavståndet d ges i meter.

Apropå Variation och Konstans





ELSTATIK - KAPACITANSEN 2(2)

- Men $V = E \cdot d$ (en slide bakåt) och $\nabla E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ (Maxwell!) ger $V = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot d$.
- Vad som utmärker en effektiv kapacitans är att den kan lagra många laddningar utan att spänningen över kapacitansen höjs;

  därför definieras elektrisk kapacitans som $C = \dfrac{Q}{V}$, där Q representerar laddning.
- Om vi för plattkapacitansen ger ρ som laddning per ytenhet A

  för respektive platta, får vi $C = \dfrac{\rho \cdot A}{V}$.
- Men $V = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot d$ vilket insatt i $C = \dfrac{\rho \cdot A}{V}$ ger $C = \dfrac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$. Vi har hittat ett uttryck.

ELSTATIK - RESISTANS 1(2)

- Elläran låter oss också förstå varifrån resistansbegreppet kommer.
- Om man låter ett elektriskt fält sätta fart på en laddning, t.ex. en elektron med den negativa laddningen q, så kommer den att accelerera, inuti fältet: $-qE = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, där m är en konstant som beskriver elektronens tröghet (en slags massa).
- Men ... det finns hinder för laddningen; fysiska hinder. Ett material har alltid en viss oordning bland sina atomer och dessa står i vägen för vår accelererande laddning. Man kan räkna på hur hindren påverkar hastigheten, genom inkrementella minskningar av v:

$$dv = -v\frac{dt}{\tau_{cn}}.$$

Här berättar τ_{cn} hur lång tid, i medeltal, som förflyter mellan kollisionerna.

Elstatik - Resistans 2(2)

- Vi får nu $-qE - \frac{m\,v}{\tau_{cn}} = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, en differentialekvation med lösningen:

  $$v = -\frac{q\,\tau_{cn}}{m}\left(1 - e^{-t/\tau_{cn}}\right) E,$$ där den stationära delen är intressant.

- Med en ström på n stycken laddningar, vardera med laddningen q, färdandes i hastigheten v, får man ström per tvärsnittsyta (för en ledning)

  $$J = nq\,\frac{q\,\tau_{cn}}{m}\,E = nq\,\mu_n\,E,$$

  där μ_n kallas för elektron<u>mobilitet</u>.

- Vi har nu fått en skymt av Ohms lag;
  strax innan det är dags att gå vidare ...

Repetition: Halvledarkomponenterna

HALVLEDARE

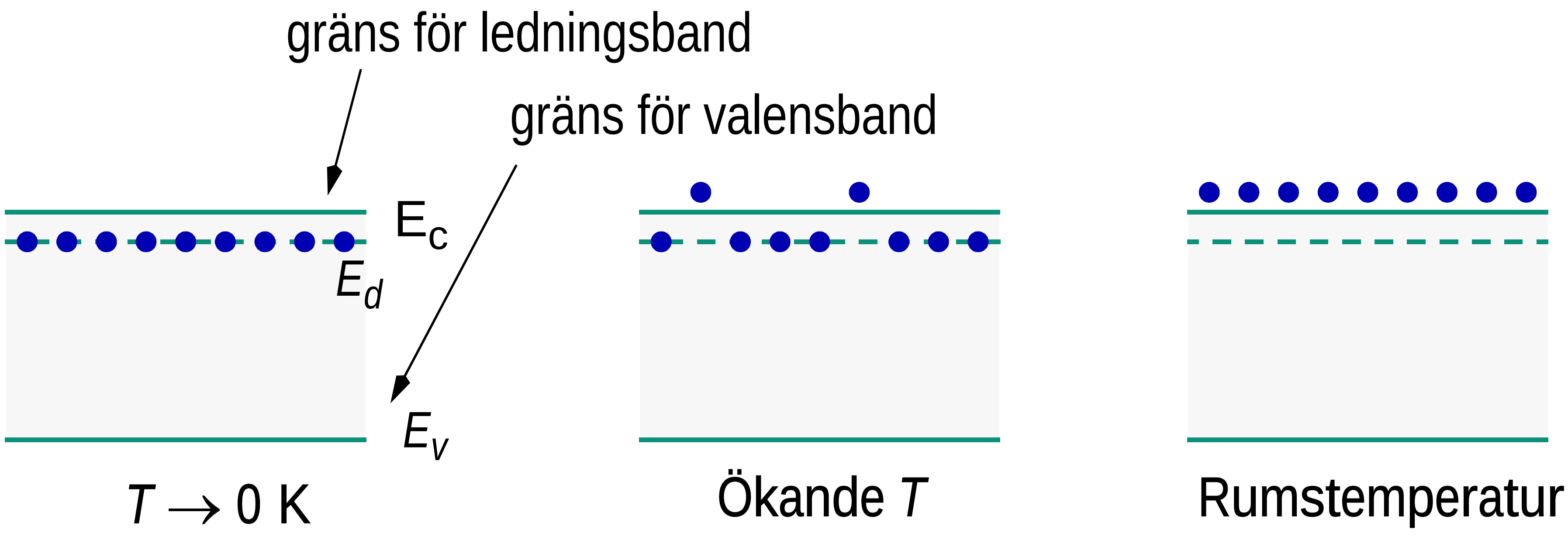
- Dioder och transistorer, hur fungerar dessa halvledarkomponenter?
- Vi kommer göra en snabb genomgång av dioden,
den bipolära transistorn (BJT) samt fälteffektstransistorn (MOSFET:en).
Begrepp som är extra viktiga i Kretselektronik är:

1. diodens funktion
2. MOSFET:ens funktion, speciellt:
   - hur strömmen genom MOSFET:ens kanal beror av spänningen
   på de olika terminalerna,

   samt

   - hur MOSFET:ens kapacitanser är sammansatta och
   hur de påverkar kretsar.

DOPNING I HALVLEDARE

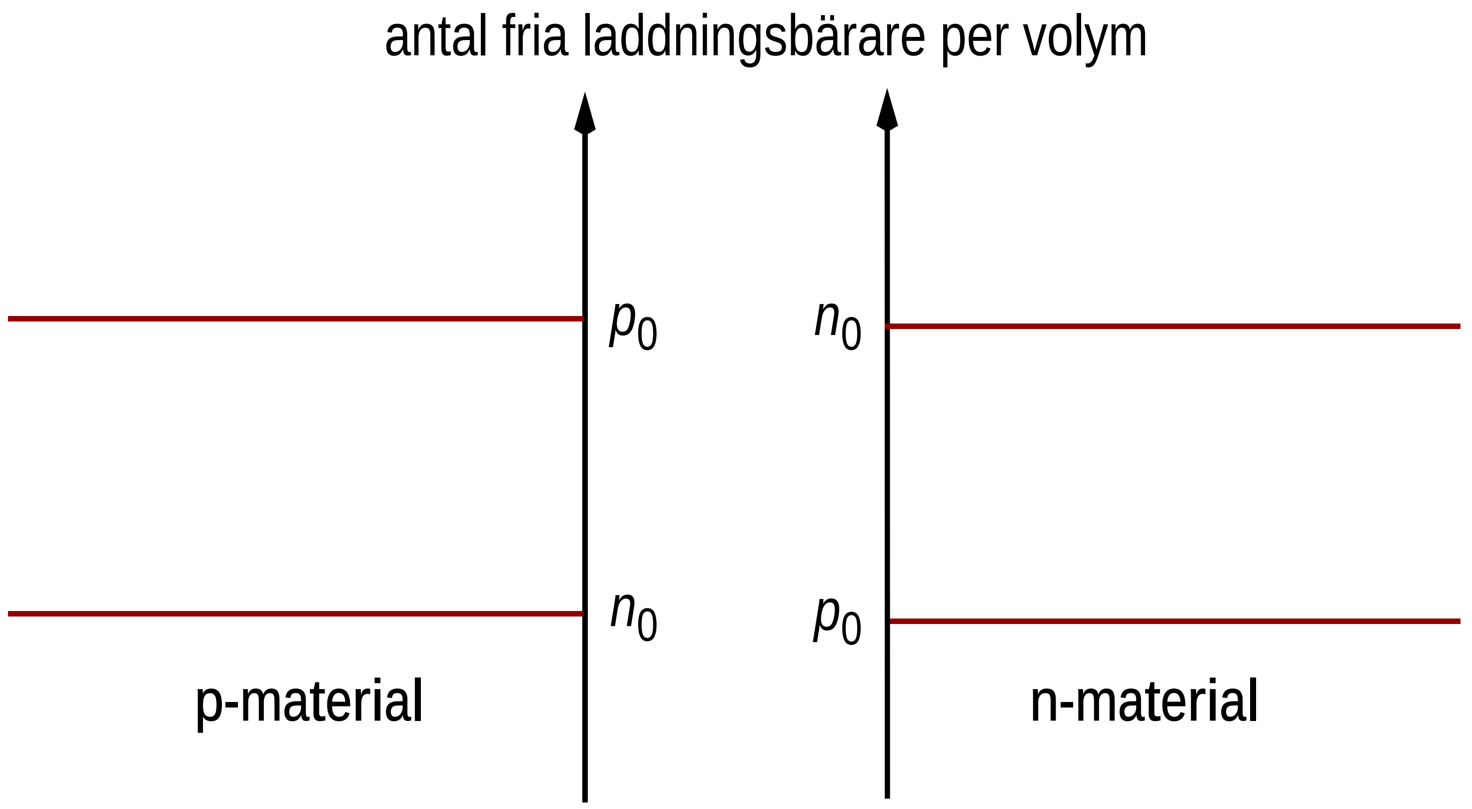


De extra elektroner som n-dopningen förde med sig är nu bundna

De extra elektroner som dopningen förde med sig är nu fria

DOPNING

- När man n-dopar ett halvledarmaterial fås som resultat många fria elektroner, men mycket få fria hål.
- På samma sätt ger p-dopning många fria hål, men mycket få fria elektroner.



TRANSPORT AV FRIA ELEKTRONER

- Dopningens syfte är att introducera ett överskott av fria laddningar; antingen elektroner eller hål.

Drift:

- Elektronerna kan föras genom ett pålagt elektriskt fält $J = nq\mu_n E$ (elläran!).

Diffusion:

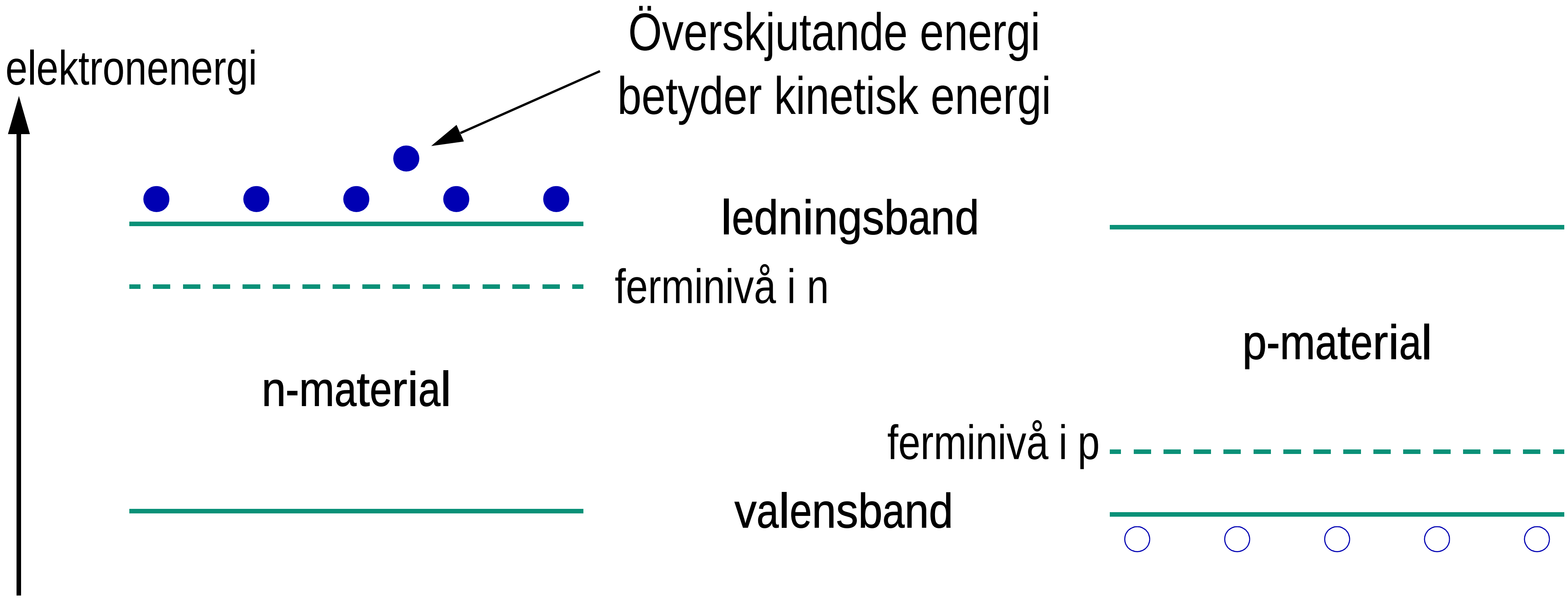
- Om man har en högre koncentration av elektroner på ett ställe

  diffunderar de mot områden med lägre koncentration $J = qD_n \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}$.

Drift och diffusion:

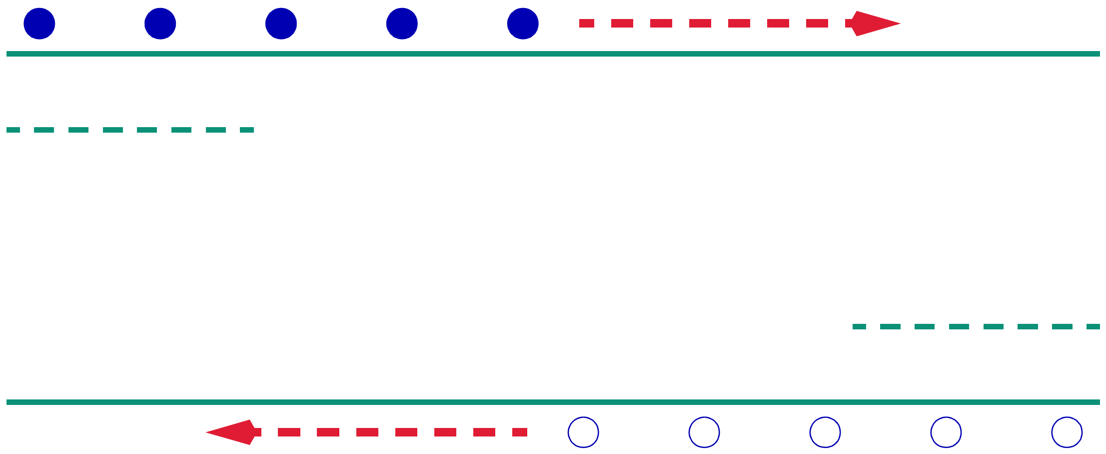
- För dessa två transportmekanismer verkar antalet fria elektroner, n, vara viktigt!

NU BYGGER VI EN DIOD 1(3)



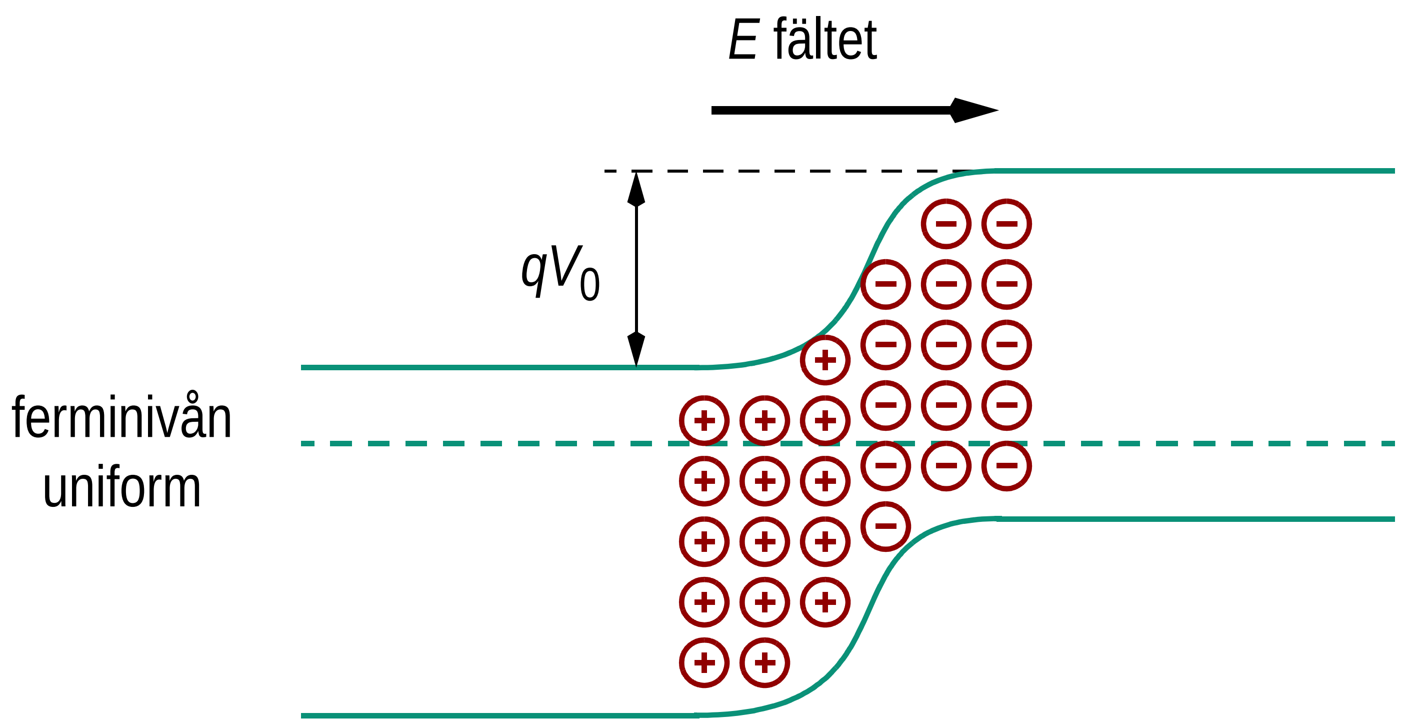
Vi har två material åtskilda, ett med överskott av elektroner och ett med överskott av hål

Nu Bygger vi en Diod 2(3)



Vi har nu fogat samman de två materialen, och elektroner och hål diffunderar över till motsatta materialet

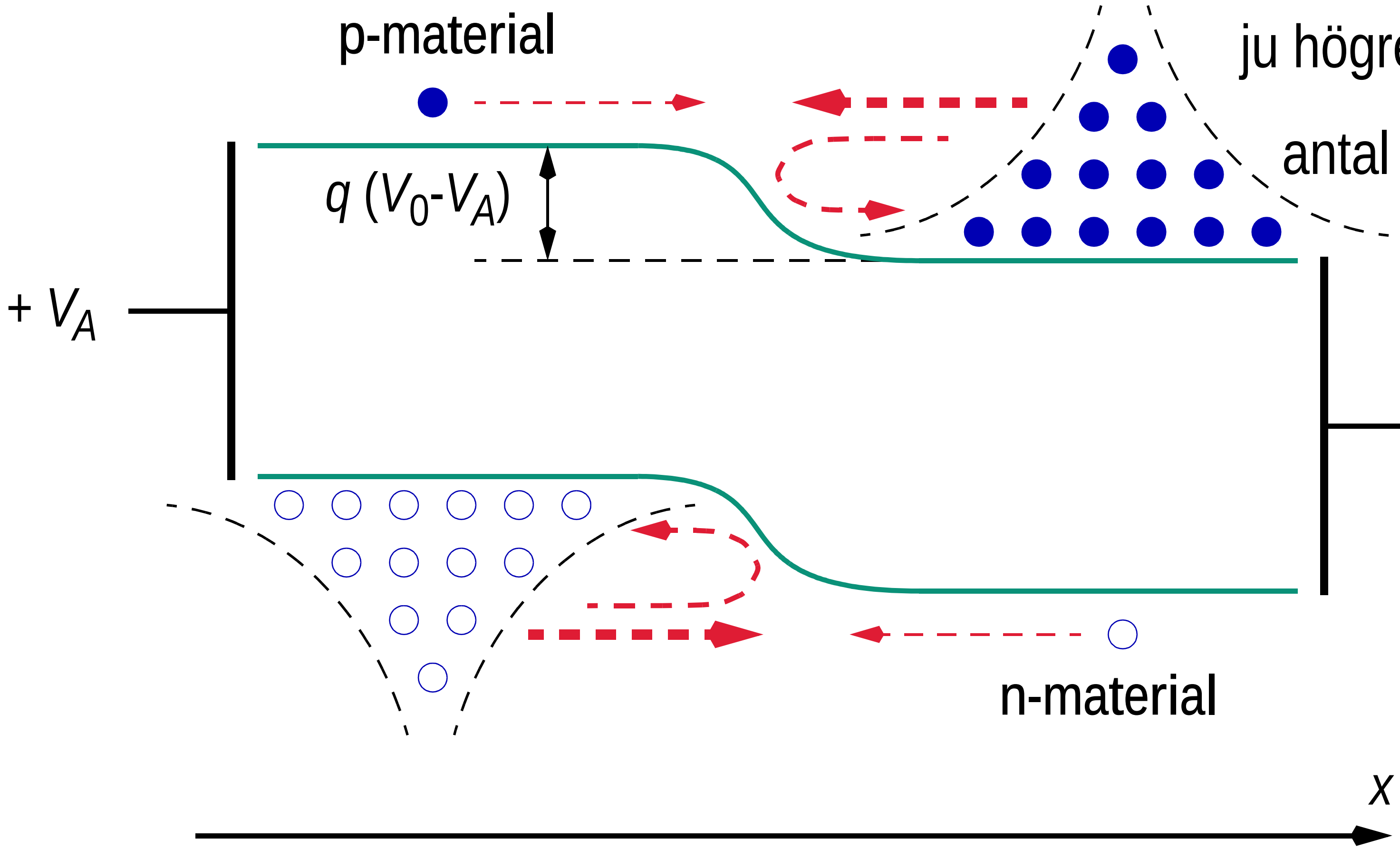
NU BYGGER VI EN DIOD 3(3)



Kvar på ömse sida om sammanfogningen finns nu orörliga joner, som bygger upp ett fält *E* som stoppar utarmningen av fria laddningsbärare

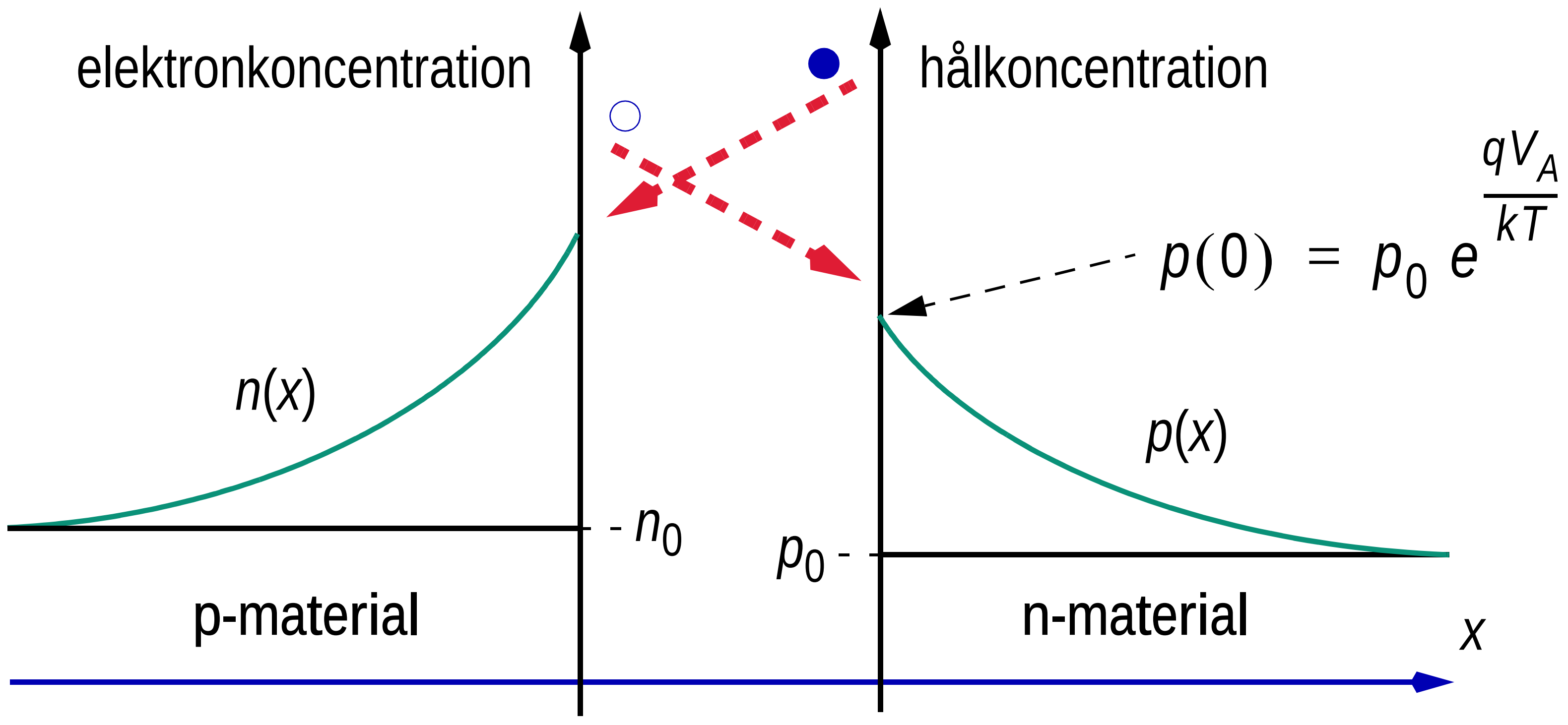
EN FRAMSPÄND DIOD

Det finns fria elektroner
med olika hög energi;
ju högre energi, desto färre
antal avtar som $e^{-energi}$



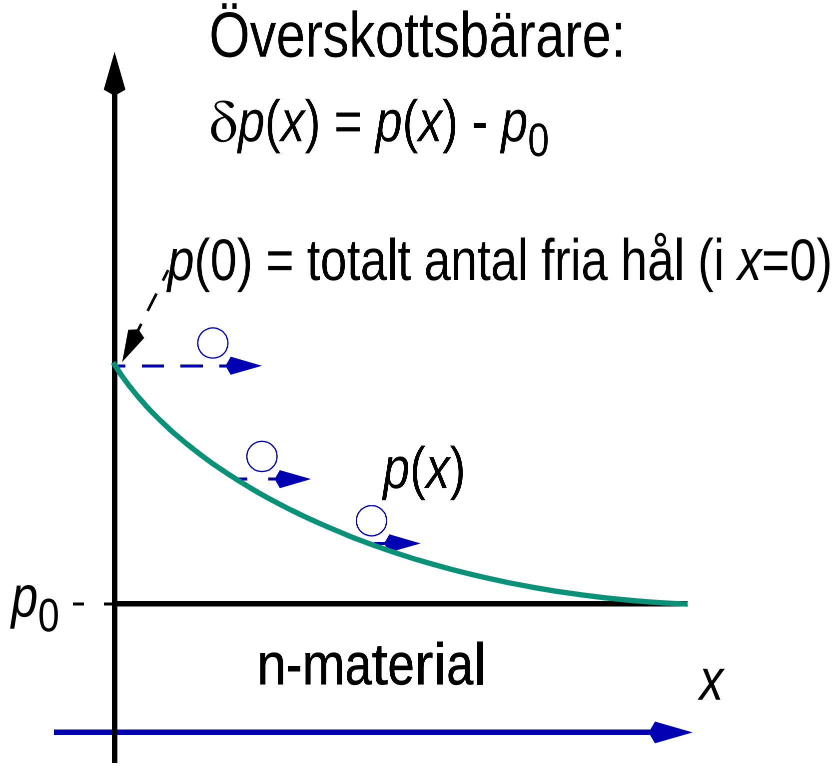
LADDNINGSKONCENTRATION I EN FRAMSPÄND DIOD

- Laddningsbärare (de s.k. majoritetsbärarna) diffunderar över det s.k. utarmningsområdet. Elektroner åker från n-materialet till p-sidan, och hål åt andra hållet $\Rightarrow$
  Ett stort tillskott av elektroner på p-sidan (och motsvarande för hål på n-sidan):



DIFFUSION PÅ N-SIDAN I EN FRAMSPÄND DIOD

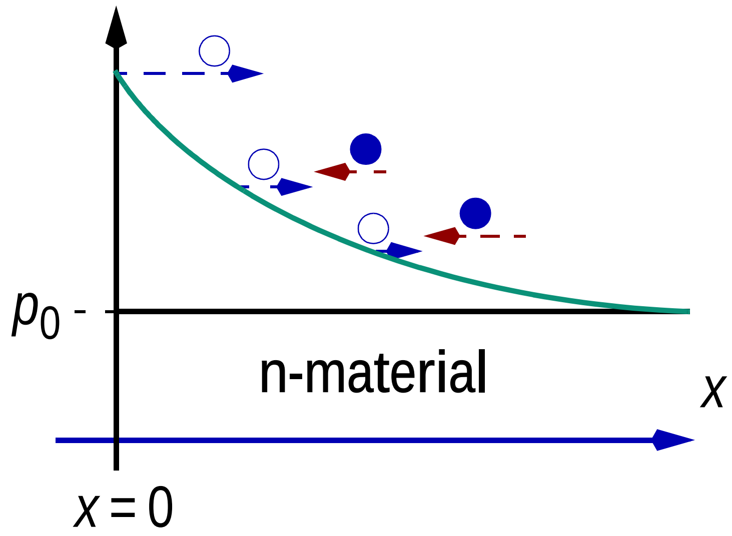
- Hålen som tagit sig in på n-sidan diffunderar vidare åt höger mot lägre koncentrationer.
- Det finns många elektroner i ett n-material, så risken är stor att ett hål träffar på en elektron på sin resa åt höger.
- Om hål och elektron möts, försvinner de; denna rekombination ger en foton (lysdiod!).
- Avtagandet i överskottskoncentrationen (p.g.a. rekombination) beskrivs som:



$$\delta p(x) = \delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}}$$ (L_p kallas hålens diffusionslängd.)

DRIFT PÅ N-SIDAN I EN FRAMSPÄND DIOD

- En del av hålen som diffunderar åt höger rekombinerar alltså med elektroner som hör hemma i n-materialet.
- Om en elektron upphör att finnas till så störs balansen mellan positiva och negativa laddningar i n-materialet (tänk på att hålen som diffunderar förbi bara är på tillfälligt besök).
- Underskott av negativa laddningar ⇒ överskott av positiva laddningar ⇒ elektroner sugs in från kontakten till höger.
- Hålströmmen i punkten $x = 0$ är totala strömmen som uppstår i n-materialet.



Ansats för Lösning

- Jag letar efter strömmen orsakad av hål i $x = 0$. Strömmen i $x = 0$ beror enbart av diffusion $J = qD_p \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$ och därför vill jag veta lutningen på funktionen $p(x)$. Jag behöver alltså få reda på denna funktion!
- Funktionens utseende beror på rekombination och den ekvation som beskriver detta förlopp har vi sett förut.

  Överskottsbärarna avtar enligt: $\delta p(x) = \delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}}$
- Lutningen för $p(x)$ är ju samma som för d$p(x)$, så vi kan lika gärna arbeta med $dp(x)$ och dess lutning.
- För att få reda på $dp(x)$ måste jag först hitta $dp(x = 0)$.

EKVATIONER 1(2)

- Först vill vi veta hur många hål som tar sig över från p-materialet.

  Antalet och koncentrationen beror på pålagd spänning: $p(0) = p_0 e^{\frac{qV_A}{kT}}$.

- Vi vet också att överskottsbärarna är $\delta p(x) = p(x) - p_0$, så i $x = 0$ får vi

$$\delta p(0) = p(0) - p_0 = p_0 e^{\frac{qV_A}{kT}} - p_0 = p_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right).$$

EKVATIONER 2(2)

- Så här blir det när vi sätter samman uttrycken:

$$\delta p(x) = \delta p(0)\, e^{-\frac{x}{L_p}} = p_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}}.$$

- Diffusionsströmmen från hålen kan längs hela längden x skrivas som

$$I(x) = -qAD_p \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -qAD_p \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[p_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}} \right].$$

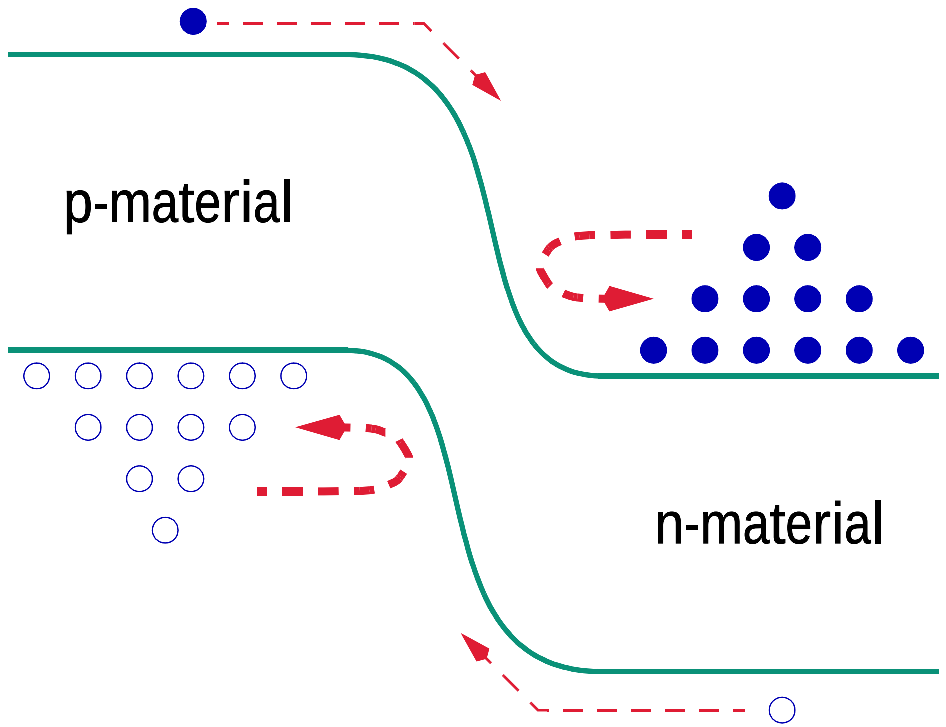
Strömmen genom den framspända dioden

- Nu vet vi att hålströmmen i $x = 0$ blir $I = qAD_p \frac{p_0}{L_p}\left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1\right)$.
- Tar man med p-materialet också får man något man kanske känner igen:

$$I = \left\{qA\left(\frac{D_p}{L_p}p_0 + \frac{D_n}{L_n}n_0\right)\right\}\left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1\right) = I_0\left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1\right).$$

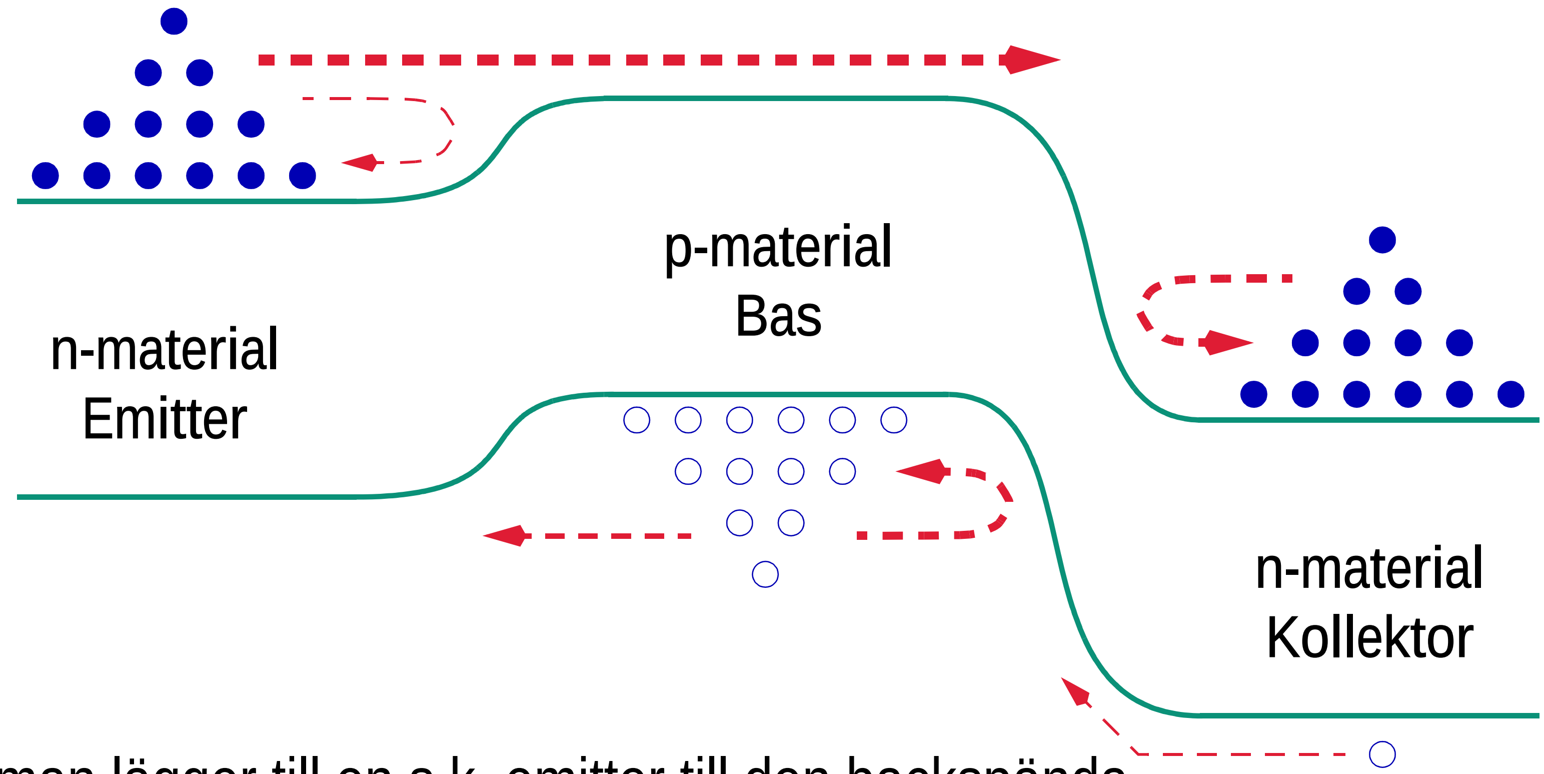
- Detta är <u>strömekvationen för dioden</u>.

EN BACKSPÄND DIOD



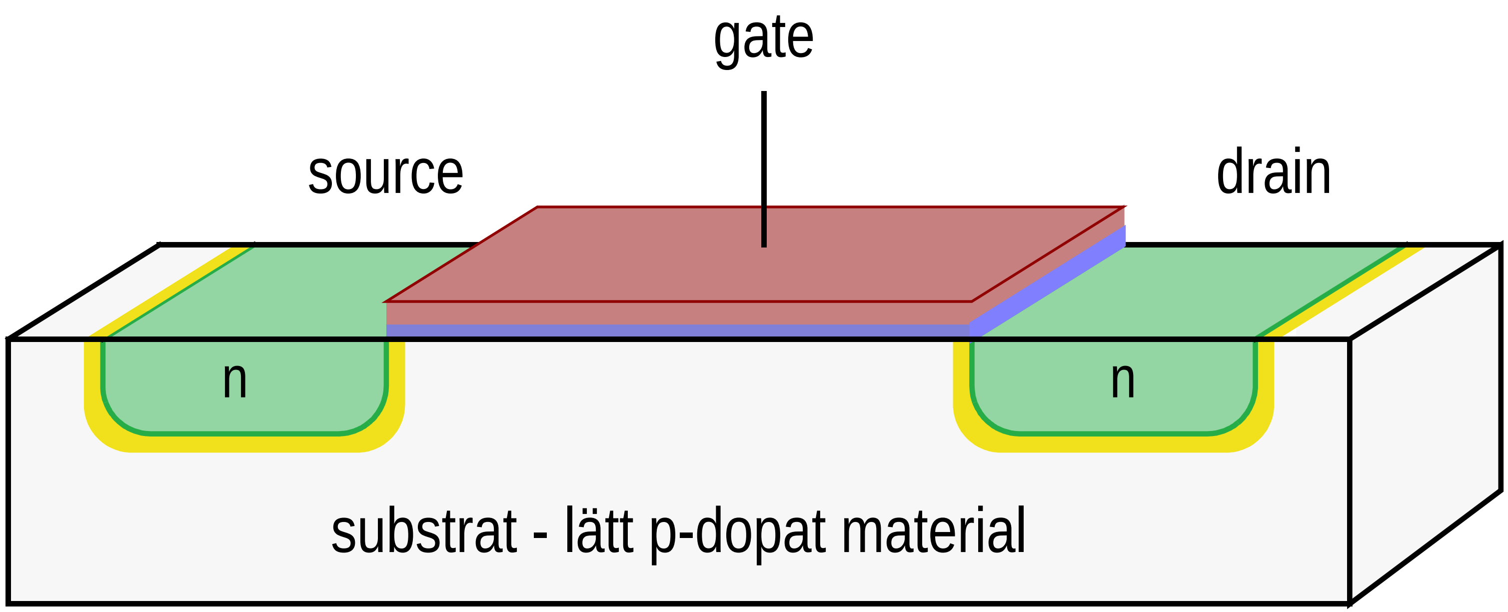
Lägger man en backspänning över en diod
leder den nästan inte någon ström alls

DEN BIPOLÄRA TRANSISTORN

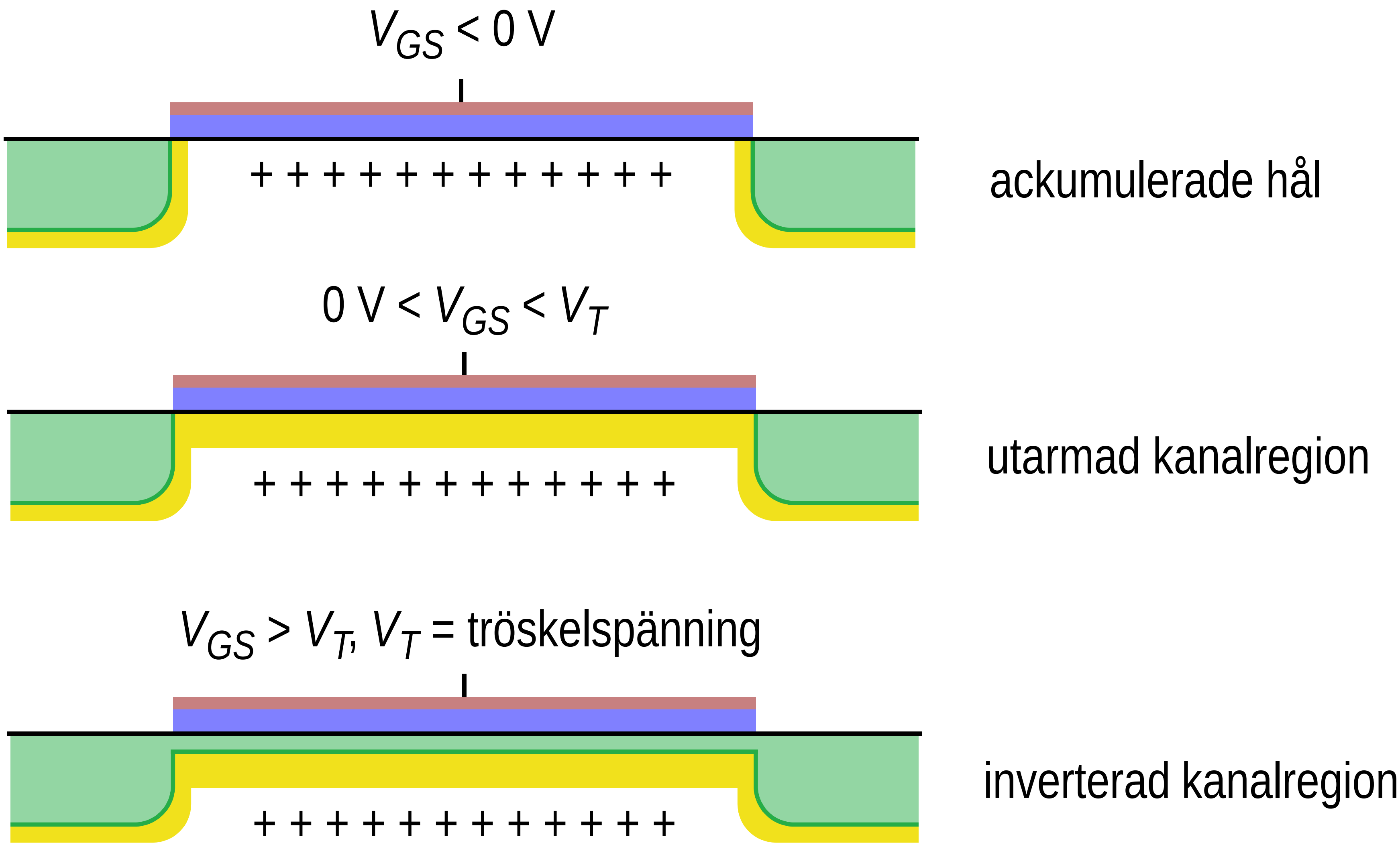


Om man lägger till en s.k. emitter till den backspända dioden har vi skapat en bipolär transistor

ÄNTLIGEN ... EN MOSFET-TRANSISTOR AV N-TYP



NMOS:ENS FYSISKA OPERATIONSMODER



NMOS:ENS ELEKTRISKA OPERATIONSMODER

Det linjära området ($V_{DS} \leq V_{GS}$ - V_T och $V_{GS} > V_T$):

$$I_D = \frac{W}{L} \mu_n C_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

Det mättade området ($V_{DS} > V_{GS}$ - V_T och $V_{GS} > V_T$,):

$$I_D = \frac{W}{L} \frac{\mu_n C_{ox}}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

Ofta används en förkortning:

$$k = \frac{W}{L} \mu_n C_{ox}$$

I-V KARAKTERISTIK