

# REFLEKTIONER PÅ LEDNINGAR

## Kapitel 8 i Kretselektronik av Eskil Johnson

© Eskil Johnson, Göteborg 2000.

Innehållet får ej reproduceras eller spridas utan författarens medgivande.

Dagens snabbaste logikkretsar har stigtider och falltider av storleksordningen 1 ns. Eftersom signalernas utbredningshastighet längs de ledningar som förbinder logikkretsarna uppgår till ungefär 20 cm/ns kommer signalernas löptid längs ledningarna ofta att bli lika eller till och med större än deras stigtider och falltider. Om inte ledningarna är avslutade på ett lämpligt sätt kan reflekterade signaler i hög grad förvränga signalernas utseende. Detta medför att uppträdande signaler måste behandlas som funktioner av såväl tid som rum. Förbindningarna måste därför behandlas som s k transmissionsledningar.

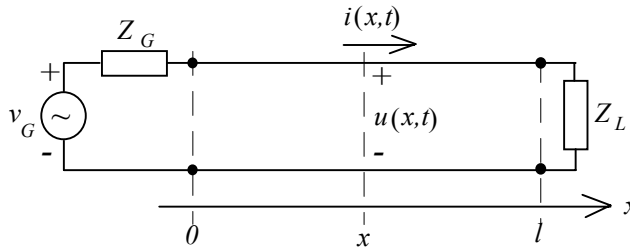
I detta kapitel skall först teorin för homogena, förlustfria transmissionsledningar genomgå. Därefter skall vi studera signalerna på en transmissionsledning då denna är avslutad med linjära resistanser och kapacitanser. De härvid erhållna resultaten är emellertid endast applicerbara så länge de drivande och belastande logikkretsarna har linjära karakteristika. Som framgår av de båda närmast föregående kapitlen är i allmänhet karakteristika kraftigt olinjära.

För att göra det möjligt att studera system med transmissionsledningar som kopplar samman icke linjära kretsar behandlas en grafisk metod utnyttjande s k Bergerondiagram.

Som avslutning presenteras egenskaperna för några vanliga ledningstyper som används för att förbinda logikkretsar.

## 8.1 Grundläggande teori för homogena, förlustfria transmissionsledningar.

Vid härledningen av den grundläggande teorin för transmissionsledningar utgår vi från kopplingen i figur 8.1. En generator med tomgångsspänningen  $v_G$  och inre impedansen  $Z_G$  är ansluten till en ledning vid  $x = 0$ . Ledningens längd är  $l$ . I ledningens andra ända,  $x = l$ , är ansluten en belastning  $Z_L$ . I ett godtyckligt tvärsnitt på ledningen betecknas spänningen och strömmen med  $u(x, t)$  respektive  $i(x, t)$ . Referensriktningar för  $u$  och  $i$  framgår av figuren.



**Figur 8.1** Koppling för studium av transmissionsledning.

En infinitesimal del av ledningen karakteriseras av parametrarna

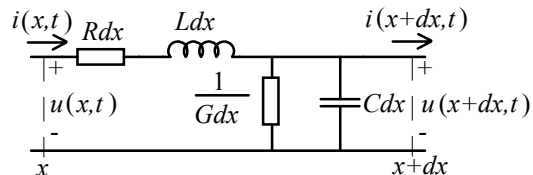
$Rdx$  där  $R$  är serieresistansen per längdenhet

$Ldx$  där  $L$  är serieinduktansen per längdenhet

$Gdx$  där  $G$  är tvärkonduktansen per längdenhet

$Cdx$  där  $C$  är tvärkapacitansen per längdenhet

Dessa komponenter kan arrangeras på olika sätt i en modell av den infinitesimala delen av ledningen. De härledda sambanden blir emellertid de samma oberoende av valt arrangemang. Vi väljer därför det enkla arrangemanget enligt modellen i figur 8.2.



**Figur 8.2** Modell av infinitesimal del av transmissionsledning.

I fortsättningen kommer vi att förutsätta, att ledningen är förlustfri dvs att  $R = 0$  och  $G = 0$ . För de korta ledningar, som för det mesta är aktuella i digitala system, är detta en fullt acceptabel approximation.

Vi kommer också att förutsätta, att ledningen är linjär och homogen vilket innebär, att  $L$  och  $C$  är konstanta storheter. Slutligen antages, att  $Z_G$  och  $Z_L$  är linjära impedanser. Med dessa förutsättningar kan superpositionsprincipen och Laplace-transformering appliceras på hela systemet enligt figur 8.1.

Med  $R = 0$  och  $G = 0$  erhålles ur figur 8.2

$$u(x,t) - Ldx \cdot \frac{di(x,t)}{dt} = u(x+dx,t)$$

$$i(x,t) - Cdx \cdot \frac{du(x+dx,t)}{dt} = i(x+dx,t)$$

Sambanden ger differentialekvationerna

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (8.1-1)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (8.1-2)$$

Efter derivering fås

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = LC \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = LC \cdot \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2}$$

Dessa samband kallas för **vågekvationerna** för en förlustfri ledning.

De allmänna lösningarna till vågekvationerna kan skrivas som

$$u(x,t) = u_1(x-vt) + u_2(x+vt) \quad (8.1-3)$$

$$i(x,t) = i_1(x-vt) + i_2(x+vt) \quad (8.1-4)$$

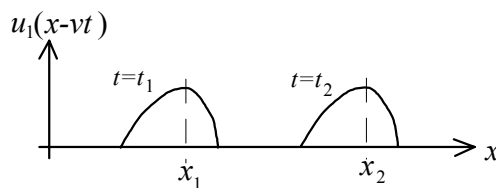
där

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Detta kan lätt verifieras genom derivering och insättning i vågekvationerna.

Termerna  $u_1(x-vt)$  och  $i_1(x-vt)$  representerar en spännings- respektive en strömvåg som löper i positiv  $x$ -riktning med hastigheten  $v$ .

Betrakta spänningsvågen  $u_1(x-vt)$  vid en viss tidpunkt  $t = t_1$ . Vågen utgör då en rumsfunktion  $u_1(x-vt_1)$  med t ex det utseende som visas i figur 8.3.



**Figur 8.3** Exempel på  $u_1(x-vt)$  vid två olika tidpunkter.

Välj en lätt identifierbar punkt på denna funktion t ex dess maximumpunkt med funktionsvärdet

$$u_1(x_1 - vt_1)$$

Vid tidpunkten  $t = t_2$  där  $t_2 > t_1$  har maximumpunkten  $x$ -koordinaten  $x = x_2$ . Eftersom  $R$  och  $G$  är noll är ledningen förlustfri, vilket medför att vågorna på ledningen ej dämpas. Detta leder till att

$$u_1(x_1 - vt_1) = u_1(x_2 - vt_2)$$

Eftersom funktionsvärdena är lika måste argumenten vara lika. Detta ger

$$x_2 - x_1 = v \cdot (t_2 - t_1)$$

Maximumpunkten förflyttar sig därför i positiv  $x$ -riktning med hastigheten  $v$ . Detsamma måste gälla för alla andra punkter på spänningsvågen  $u_1(x-vt)$ . Hela spänningsvågen rör sig alltså i positiv  $x$ -riktning med hastigheten  $v$  utan att förändra sin form.

Ett helt analogt resonemang leder till att strömvågen  $i_1(x-vt)$  också förflyttar sig i positiv  $x$ -riktning med hastigheten  $v$  utan att förändra sin form. Ett motsvarande studium av  $u_2(x+vt)$  och  $i_2(x+vt)$  leder till att dessa termer representerar en spännings- respektive en strömvåg som med oförändrad form rör sig i negativ  $x$ -riktning med hastigheten  $v$ .

Mellan  $u_1(x-vt)$  och  $i_1(x-vt)$  respektive mellan  $u_2(x+vt)$  och  $i_2(x+vt)$  råder sambanden

$$u_1(x-vt) = R_0 \cdot i_1(x-vt)$$

$$u_2(x+vt) = -R_0 \cdot i_2(x+vt)$$

där

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

är ledningens **karaktäristiska impedans** (resistans).

Dessa samband kan enkelt verifieras genom derivering och insättning i differentialekvationerna (8.1-1) och (8.1-2).

Kombineras ovanstående samband med sambanden (8.1-3) och (8.1-4) erhålles

$$\frac{u(x,t)}{i(x,t)} = R_0 \cdot \frac{u_1(x-vt) + u_2(x+vt)}{u_1(x-vt) - u_2(x+vt)} \quad (8.1-5)$$

Införes storheten  $\rho$  enligt sambandet

$$u_2(x+vt) = \rho \cdot u_1(x-vt) \quad (8.1-6)$$

kan (8.1-5) skrivas på formen

$$\frac{u(x,t)}{i(x,t)} = R_0 \cdot \frac{1+\rho}{1-\rho} \quad (8.1-7)$$

Vid ledningens slut,  $x = l$ , gäller, att

$$U(l,s) = Z_L(s) \cdot I(l,s)$$

där  $U(l,s)$  och  $I(l,s)$  är de Laplacetransformerade motsvarigheterna till  $u(l,t)$  och  $i(l,t)$ .

Kombineras detta samband med den Laplacetransformerade formen av (8.1-7) erhålles

$$\boxed{\rho_L(s) = \frac{Z_L(s) - R_0}{Z_L(s) + R_0}}$$

8-6

Storheten  $\rho_L$  är **reflektionskoefficienten** vid ledningens belastningsände ( $x = l$ ) och anger enligt (8.1-6) sambandet mellan infallande våg  $u_1(l-vt)$  och reflekterad våg  $u_2(l+vt)$ .

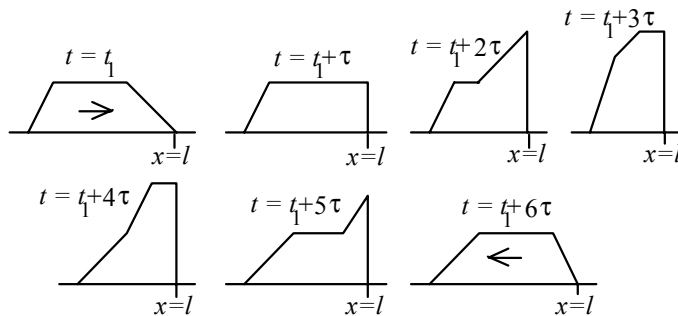
För att förenkla den fortsatta framställningen införes beteckningarna

$$u_+(x,t) = u_1(x - vt)$$

$$u_-(x,t) = u_2(x + vt)$$

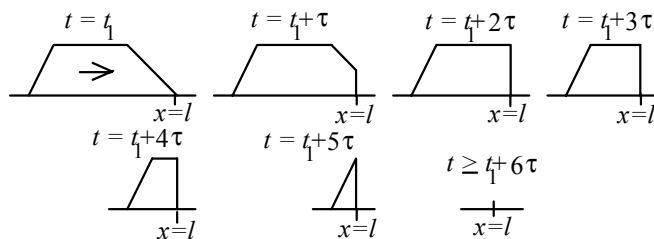
Vi skall nu undersöka tre specialfall  $Z_L = \infty$ ,  $Z_L = R_0$  och  $Z_L = 0$ .

För  $Z_L = \infty$  blir  $\rho_L = 1$ . Detta innebär enligt (8.1-6) att  $u_+(l,t) = u_-(l,t)$  och att den totala spänningen  $u(l,t) = 2 \cdot u_+(l,t)$ . Den infallande vågen reflekteras så att den återgående vågen blir lika stor och har samma polaritet. Den resulterande vågen vid  $x = l$  blir dubbelt så stor som den infallande vågen. I figur 8.4 visas ett exempel på hur en puls reflekteras då  $\rho_L = 1$ .



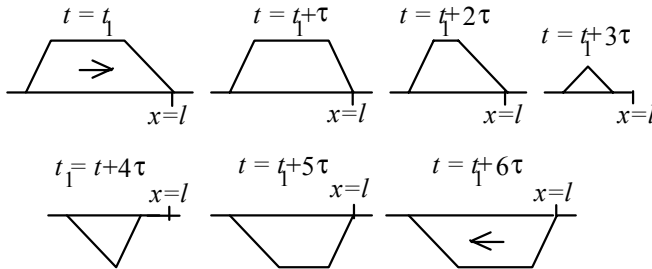
**Figur 8.4** Exempel på resulterande våg vid reflektion av puls då  $\rho_L = 1$ .

För  $Z_L = R_0$  blir  $\rho_L = 0$ . Detta innebär att  $u_-(l,t) = 0$ . Det bildas därför ingen reflekterad våg. Man säger att anpassning råder. I figur 8.5 visas ett exempel på hur hela energin i en våg övergår till  $Z_L = R_0$  då  $\rho_L = 0$ .



**Figur 8.5** Exempel på utsläckning av puls då  $\rho_L = 0$ .

För  $Z_L = 0$  blir  $\rho_L = -1$ . Detta innebär, att  $u_-(l,t) = -u_+(l,t)$  och att  $u(l,t) = 0$ . Den infallande vågen reflekteras så att den återgående vågen blir lika stor men med motsatt polaritet. I figur 8.6 visas ett exempel som visar hur en puls reflekteras då  $\rho_L = -1$ .



**Figur 8.6** Exempel total våg vid reflektion av puls då  $\rho_L = -1$ .

## 8.2 Upprepade reflektioner.

Då den återgående vågen  $u_-(x,t)$  anländer till generatoränden ( $x = 0$ ), uppstår en ny reflektion som ger upphov till en ny  $u_+(x,t)$  våg som vi betecknar med  $u_{++}(x,t)$ .

Analogt med ovanstående framställning erhålles

$$U_{++}(0,s) = \rho_G(s) \cdot U_-(0,s)$$

där  $U_{++}(0,s)$  och  $U_-(0,s)$  är de Laplacetransformerade formerna av  $u_{++}(x,t)$  och  $u_-(x,t)$  samt

$$\rho_G(s) = \frac{Z_G(s) - R_0}{Z_G(s) + R_0}$$

är reflektionskoefficienten vid ledningens generatorände.

Om såväl  $\rho_L$  som  $\rho_G$  är skilda från noll kommer en våg som matas in i ledningen från generatoren att vandra fram och tillbaka många gånger på grund av upprepade reflektioner i ledningens båda ändar.

För att studera detta fall antager vi att systemet enligt figur 8.1 från början är

8-8

i jämvikt, dvs att inga vågor finns på transmissionsledningen. Vid  $t = 0$  appliceras generatorspänningen  $v_G(t)$ , som kommer att mata in en spänningsvåg i ledningen. För enkelhets skull kommer vi i fortsättningen att antaga, att generatorimpedansen är resistiv, dvs  $Z_G = R_G$ , vilket stämmer väl överens med de förhållanden som gäller för logikkretsar.

För spänningen  $u_+(0,t)$ , dvs spänningen vid  $x = 0$ , som erhålles på grund av den inmatade spänningsvågen, erhålles sambandet

$$v_G(t) - R_G \cdot i_+(0,t) = u_+(0,t)$$

Samtidigt gäller enligt avsnitt 8.1 att

$$u_+(0,t) = R_0 \cdot i_+(0,t)$$

elimineras  $i_+(0,t)$  fås

$$u_+(0,t) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot v_G(t)$$

Detta innebär att generatorm upplever ledningen som en resistans  $R_0$ .

För den åt höger löpande vågen  $u_+(x, t)$  fås uttrycket

$$u_+(x,t) = u_+(0, t - x/v) \cdot \sigma(t - x/v)$$

där

$$\sigma(t - T) = \begin{cases} 0 & \text{för } t < T \\ 1 & \text{för } t \geq T \end{cases}$$

Vågen  $u_+(x,t)$  är en kopia av  $u_+(0, t)$  och uppträder med en fördröjning uppgående till löptiden  $x/v$ .

Laplacetransformeras uttrycket för  $u_+(x,t)$  erhålles

$$U_+(x,s) = U_+(0,s) \cdot e^{-s \cdot x/v}$$

Vid ledningens andra ände ( $x = l$ ) erhålles om ledningens löptid

$$\tau_L = \frac{l}{v}$$

införes

$$U_+(l,s) = U_+(0,s) \cdot e^{-s \cdot \tau_L} = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot V_G(s) \cdot e^{-s \cdot \tau_L}$$



För den reflekterande vågen  $u_-(x,t)$  fås det Laplacetransformerade uttrycket

$$U_-(x,s) = \rho_L(s) \cdot U_+(l,s) \cdot e^{-s(l-x)/v}$$

För den totala spänningen  $u(l,t) = u_+(l,t) + u_-(l,t)$  vid belastningen fås det Laplacetransformerade uttrycket

$$U(l,s) = U_+(l,s) + U_-(l,s) = [1 + \rho_L(s)] \cdot U_+(l,s)$$

Insättning av uttrycket för  $U_+(l,s)$  ger

$$U(l,s) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot V_G(s) \cdot [1 + \rho_L(s)] \cdot e^{-s\tau_L}$$

Vid tidpunkten  $t=2t_L$  anländer  $u_-(x,t)$  till generatoränden och reflekteras där med reflektionskoefficienten  $\rho_G$ . För den reflekterade vågen  $u_{++}(x,t)$  fås det Laplacetransformerade uttrycket

$$U_{++}(x,s) = \rho_G \cdot U_-(0,s) \cdot e^{-s \cdot x/v}$$

För den totala spänningen  $u(0,t) = u_+(0,t) + u_-(0,t) + u_{++}(0,t)$  vid generatoränden fås det Laplacetransformerade uttrycket

$$U(0,s) = U_+(0,s) + U_-(0,s) + U_{++}(0,s)$$

Insättning av de framtagna uttrycken för termerna i högerledet ger

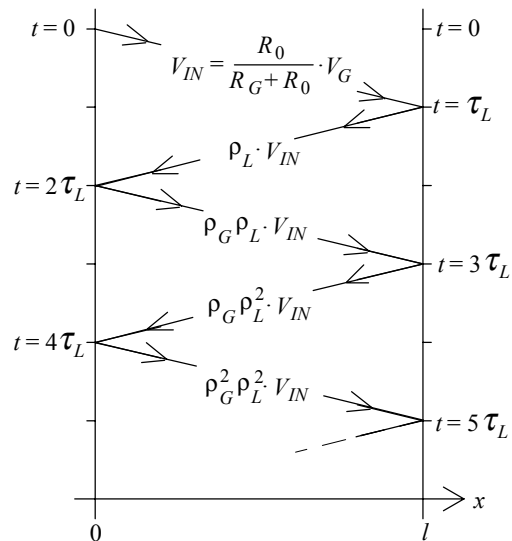
$$U(0,s) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot V_G(s) \cdot [1 + (1 + \rho_G) \cdot \rho_L(s) \cdot e^{-s2t_L}]$$

Den totala spänningen  $u(x,t)$  och den totala strömmen  $i(x,t)$  på transmissionsledningen kommer att byggas upp av allt fler framåtgående och återgående vågor. Summeras bidragen som erhålles vid de successiva reflektionerna erhålles

$$U(0,s) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot V_G(s) \cdot \left\{ 1 + (1 + \rho_G) \cdot \rho_L(s) \cdot \left[ e^{-s2t_L} + \rho_G \cdot \rho_L(s) \cdot e^{-s4t_L} + \right. \right. \\ \left. \left. \rho_G^2 \cdot \rho_L^2(s) \cdot e^{-s6t_L} + \dots \right] \right\}$$

$$U(l,s) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot V_G(s) \cdot [1 + \rho_L(s)] \cdot \left[ e^{-s\tau_L} + \rho_G \rho_L(s) \cdot e^{-s3\tau_L} + \right. \\ \left. + \rho_G^2 \rho_L^2(s) \cdot e^{-s5\tau_L} + \dots \right]$$

I rum-tid diagrammet (eng. lattice diagram) i figur 8.7 ges en åskådlig bild av de uppträdande vågorna.



Figur 8.7 Rum-tid diagram för transmissionsledning.

### 8.3 Exempel på upprepade reflektioner vid resistiv belastning.

#### Exempel 8.1

Bestäm  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  för kopplingen i figur 8.1 för  $0 < t < 6 \cdot \tau_L$  om  $R_G = 50$  ohm,  $R_0 = 100$  ohm och  $R_L = 1$  kohm samt

$$v_G(t) = \begin{cases} 0 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 3 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

Ovanstående data ger

$$\rho_G = \frac{R_G - R_0}{R_G + R_0} = -\frac{1}{3} \approx -0,33$$

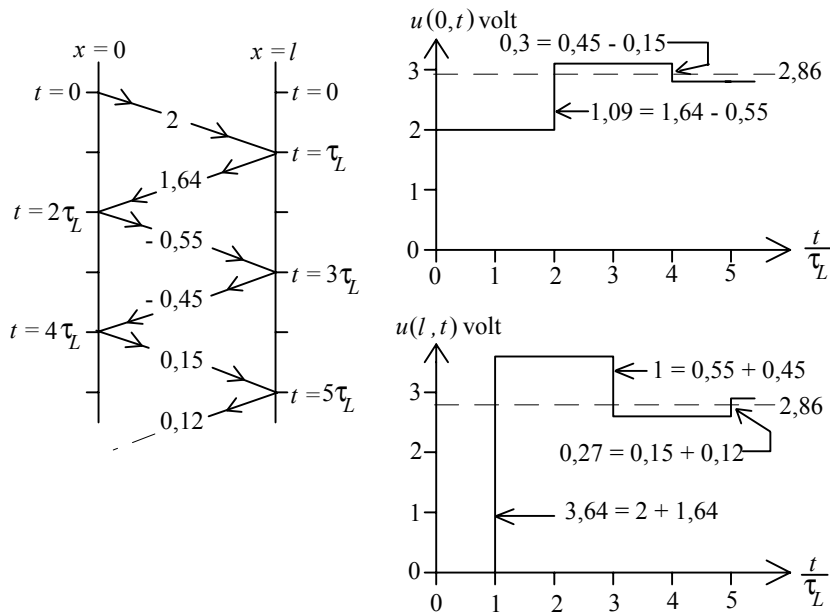
$$\rho_L = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0} = \frac{9}{11} \approx 0,82$$

$$u_+(0,t) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot 3 = 2 \text{ volt}$$

Då  $t \rightarrow \infty$  har vågorna på transmissionsledningen dämpats ut eftersom deras energin övergår i värmeenergi i  $R_G$  och  $R_L$ . Transmissionsledningen uppträder som en kortslutning, vilket ger

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(0,t) = \lim_{t \rightarrow \infty} u(l,t) = \frac{R_L}{R_G + R_L} \cdot 3 \approx 2,86 \text{ volt}$$

Med hjälp av det förenklade rum-tiddiagrammet i figur 8.8 erhålles de i samma figur uppritade kurvorna för  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$ .



**Figur 8.8** Rum-tid diagram och spänning-tid diagram till exempel 8.1.

### Exempel 8.2

Bestäm  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  för kopplingen i figur 8.1 för  $0 < t < 6 \cdot \tau_L$  om  $R_G = 150 \text{ ohm}$ ,  $R_0 = 100 \text{ ohm}$  och  $R_L = 450 \text{ ohm}$  samt

$$v_G(t) = \begin{cases} 4 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 1 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

8-12

I detta exempel är

$$u(0,0) = u(l,0) = \frac{R_L}{R_G + R_L} \cdot 4 = 3 \text{ volt}$$

Då  $t \rightarrow \infty$  gäller, att

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(0,t) = \lim_{t \rightarrow \infty} u(l,t) = \frac{R_L}{R_G + R_L} \cdot 1 = 0,75 \text{ volt}$$

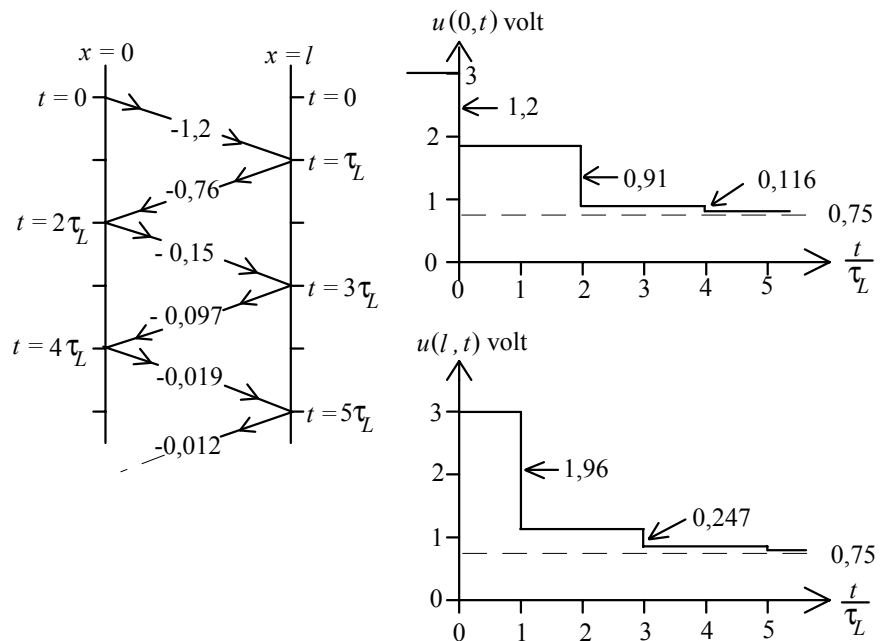
Den i systemet uppträdande transienten förorsakas av det negativa språnget  $4 - 1 = 3$  volt i  $v_G(t)$ .

För transienten gäller, att

$$\rho_G = \frac{R_G - R_0}{R_G + R_0} = 0,2 \text{ och } \rho_L = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0} \approx 0,636 \text{ samt att}$$

$$u_+(0,t) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot (-3) = -1,2 \text{ volt}$$

Rum-tid diagram för transienten och spänning-tid diagram för resulterande  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  framgår av figur 8.9.



**Figur 8.9** Rum-tid diagram och spänning-tid diagram för exempel 8.2.

**Exempel 8.3**

Bestäm  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  för kopplingen i figur 8.1 för  $0 < t < 6 \cdot \tau_L$  om  $R_G = 50$  ohm,  $R_0 = 150$  ohm och  $R_L = \infty$  samt

$$v_G(t) = \begin{cases} 4 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 0 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

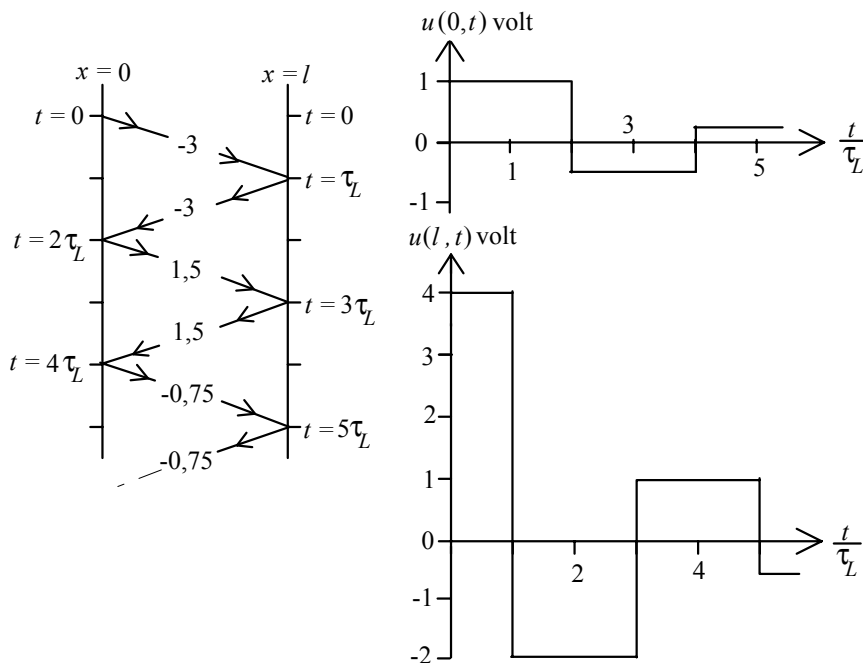
I detta exempel är  $u(0,0) = u(l,0) = \frac{R_L}{R_G + R_L} \cdot 4 = 4$  volt

Då  $t \rightarrow \infty$  gäller, att  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(0,t) = \lim_{t \rightarrow \infty} u(l,t) = \frac{R_L}{R_G + R_L} \cdot 0 = 0$  volt

Den i systemet uppträdande transienten förorsakas av det negativa språnget i  $v_G(t)$ . För transienten gäller, att  $\rho_G = \frac{R_G - R_0}{R_G + R_0} = -0,5$  och  $\rho_L = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0} = 1$

samt att  $u_+(0,t) = \frac{R_0}{R_G + R_0} \cdot (-4) = -3$  volt

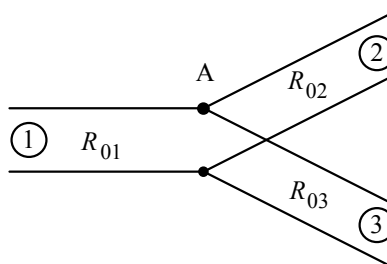
Rum-tid diagram för transienten och spänning-tid diagram för resulterande  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  framgår av figur 8.10.



**Figur 8.10** Rum-tid diagram och spänning-tid diagram för exempel 8.3

### 8.4 Sammankoppling av transmissionsledningar.

I en punkt där flera transmissionsledningar sammankopplas kan reflektioner uppstå. För att belysa detta utgås från figur 8.11 som visar en sammankoppling av tre transmissionsledningar med de karakteristiska resistanserna  $R_{01}$ ,  $R_{02}$  och  $R_{03}$ .



**Figur 8.11** Sammankoppling av tre transmissionsledningar.

Vi antar, att en våg  $u_{1+}$  rör sig på ledning nr 1 mot sammanbindningspunkten A. Den resistans  $R_{L1}$  som belastar ledning nr 1 i punkten A utgöres av parallellkopplingen av  $R_{02}$  och  $R_{03}$ . Detta ger

$$R_{L1} = \frac{R_{02} \cdot R_{03}}{R_{02} + R_{03}}$$

Reflektionskoefficienten  $\rho_{A1}$  för ledning nr 1 i punkten A är

$$\rho_{A1} = \frac{R_{L1} - R_{01}}{R_{L1} + R_{01}}$$

För den reflekterade vågen  $u_{1-}$  på ledning nr 1 gäller i punkten A, att

$$u_{1-}(A) = \rho_{A1} \cdot u_{1+}(A)$$

För den totala spänningen  $u(A)$  i punkten A fås

$$u(A) = (1 + \rho_{A1}) \cdot u_{1+}(A)$$

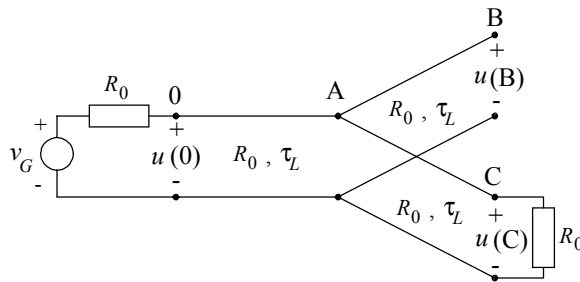
Denna spänning matas in i ledningarna 2 och 3 som framåtgående våg, vilket ger

$$u_{2+}(A) = u_{3+}(A) = (1 + \rho_{A1}) \cdot u_{1+}(A)$$

**Exempel 8.4**

Tre stycken lika långa ledningar med samma karakteristiska resistans  $R_0$  och samma löptid  $\tau_L$  är sammankopplade enligt figur 8.12 i punkten A. Bestäm  $u(0, t)$ ,  $u(B, t)$  och  $u(C, t)$  om

$$v_G(t) = \begin{cases} 0 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 4 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$



**Figur 8.12** Koppling till uppgift 8.4.

För samtliga ledningar gäller, att

$$\rho_A = \frac{0,5 \cdot R_0 - R_0}{0,5 \cdot R_0 + R_0} = -\frac{1}{3} \quad \text{och} \quad 1 + \rho_A = \frac{2}{3}$$

För ledningsändarna 0, B och C fås  $\rho_0 = 0$ ,  $\rho_B = 1$  och  $\rho_C = 0$ .

Då  $t > 0$  är

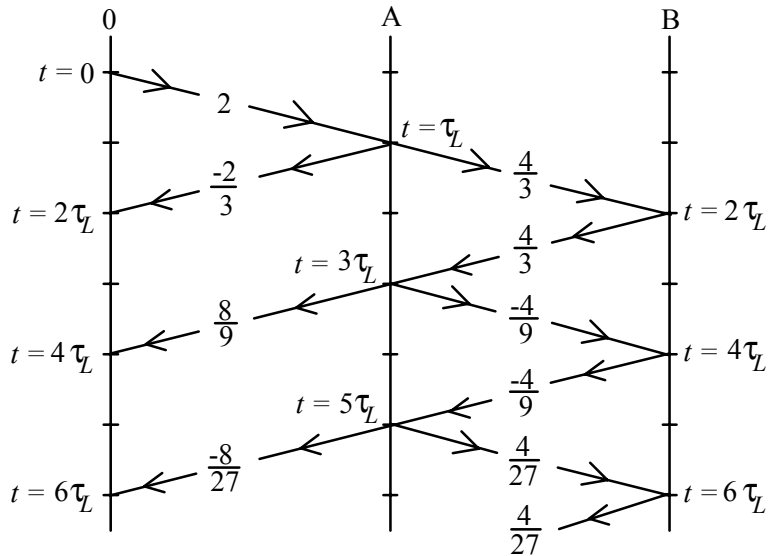
$$u_+(0, t) = \frac{R_0}{R_0 + R_0} \cdot 4 = 2 \text{ volt}$$

Då  $t \rightarrow \infty$  fås

$$u(0) = u(B) = u(C) = \frac{R_0}{R_0 + R_0} \cdot 4 = 2 \text{ volt}$$

Eftersom ledningen A-C är avslutad med sin karakteristiska resistans erhålles inga reflektioner vid C. Detta medför att inga vågor löper från C till A.

I figur 8.13 visas det sammansatta rum-tid diagrammet som erhålles för ledningarna 0-A och A-B.



**Figur 8.13** Sammansatt rum-tid diagram till exempel 8.4.

Med hjälp av rum-tiddiagrammet fås följande Laplacetransformerade uttryck för  $u(0, t)$ ,  $u(B, t)$  och  $u(C, t)$

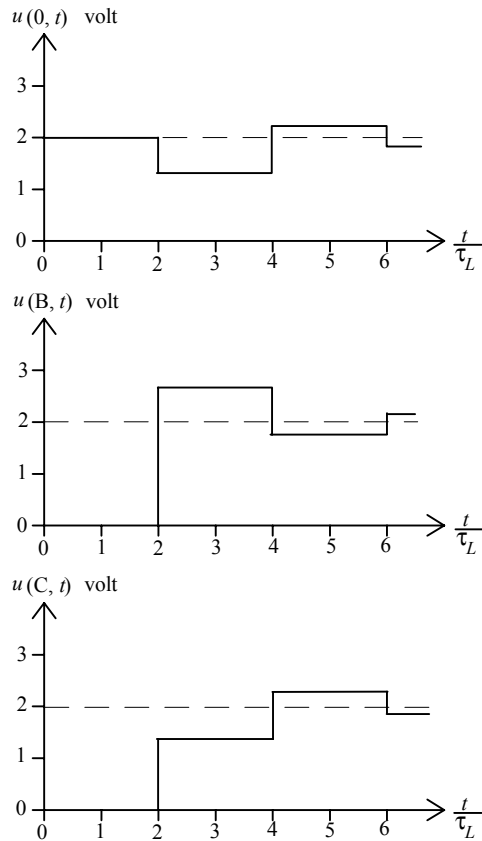
$$U(0, s) = \frac{1}{s} \cdot \left( 2 - \frac{2}{3} \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L} + \frac{8}{9} \cdot e^{-s \cdot 4\tau_L} - \frac{8}{27} \cdot e^{-s \cdot 6\tau_L} + \dots \right)$$

$$U(B, s) = \frac{1}{s} \cdot \left( \frac{8}{3} \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L} - \frac{8}{9} \cdot e^{-s \cdot 4\tau_L} + \frac{8}{27} \cdot e^{-s \cdot 6\tau_L} + \dots \right)$$

$$U(C, s) = \frac{1}{s} \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L} + \frac{8}{9} \cdot e^{-s \cdot 4\tau_L} - \frac{8}{27} \cdot e^{-s \cdot 6\tau_L} + \dots \right)$$

I figur 8.14 visas motsvarande spänning-tid diagram.

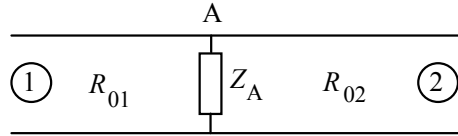




Figur 8.14 Spänning-tid diagram till uppgift 8.4

## 8.5 Inkoppling av en impedans parallellt med en transmissionsledning.

Inkopplas en impedans mellan ledarna på en transmissionsledning uppkommer reflektioner. Den matematiska behandlingen av detta fall är i princip identisk med behandlingen av sammankoppling av transmissionsledare i föregående avsnitt. I figur 8.15 visas hur en impedans  $Z_A$  är inkopplad mellan transmissionsledningens båda ledare i snittet A. Transmissionsledning 1 till vänster om snittet A har den karakteristiska resistansen  $R_{01}$  och transmissionsledning 2 till höger om snittet A har den karakteristiska resistansen  $R_{02}$ .



**Figur 8.15** Impedans inkopplad parallellt med transmissionsledning.

Vi antar, att en våg  $u_{1+}$  rör sig på ledning nr 1 mot snittet A. Impedansen  $Z_{L1}$ , som belastar ledning nr 1 i punkten A utgörs av parallellkopplingen av  $Z_A$  och  $R_{02}$ . Detta ger

$$Z_{L1} = \frac{Z_A \cdot R_{02}}{Z_A + R_{02}}$$

Reflektionskoefficienten  $\rho_{A1}$  för ledning nr 1 i snittet A är

$$\rho_{A1} = \frac{Z_{L1} - R_{01}}{Z_{L1} + R_{01}}$$

För den reflekterade vågen  $u_{1-}$  på ledning nr 1 gäller i snittet A, att

$$u_{1-}(A) = \rho_{A1} \cdot u_{1+}(A)$$

För den totala spänningen  $u(A)$  i snittet A fås

$$u(A) = (1 + \rho_{A1}) \cdot u_{1+}(A)$$

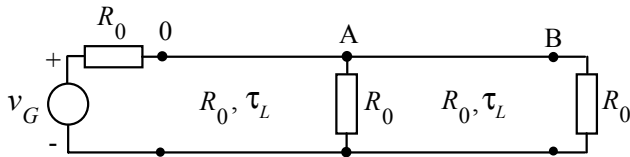
Denna spänning matas in i ledningen nr 2 som en framåtgående våg, vilket ger

$$u_{2+}(A) = (1 + \rho_{A1}) \cdot u_{1+}(A)$$

### Exempel 8.5

Beräkna  $u(0, t)$ ,  $u(A, t)$  och  $u(B, t)$  för kopplingen i figur 8.16 om ledningarna är lika långa och har samma karakteristiska resistans  $R_0$  och löptid  $\tau_L$ .

$$v_G(t) = \begin{cases} 0 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 3 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$



**Figur 8.16** Koppling till exempel 8.5.

För båda ledningarna gäller, att

$$\rho_A = \frac{0,5 \cdot R_0 - R_0}{0,5 \cdot R_0 + R_0} = -\frac{1}{3}$$

För ledningsändarna fås  $\rho_0 = \rho_B = 0$ .

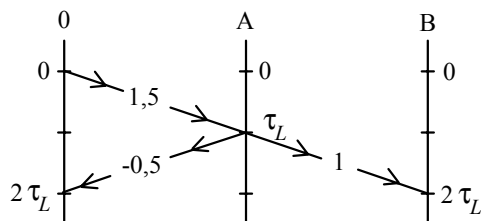
För  $t > 0$  gäller, att

$$u_+(0) = \frac{R_0}{R_0 + R_0} \cdot 3 = 1,5 \text{ volt}$$

Då  $t \rightarrow \infty$  fås

$$u(0) = u(A) = u(B) = \frac{0,5 \cdot R_0}{R_0 + 0,5 \cdot R_0} \cdot 3 = 1 \text{ volt}$$

Följande sammansatta rum-tid diagram erhålles för de båda ledningarna



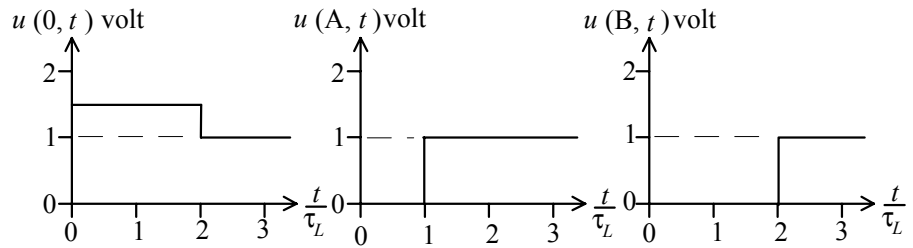
Med hjälp av ovanstående diagram fås

$$U(0, s) = \frac{1}{s} \cdot (1,5 - 0,5 \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L})$$

$$U(A, s) = \frac{1}{s} \cdot e^{-s \cdot \tau_L}$$

$$U(B, s) = \frac{1}{s} \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L}$$

I figur 8.17 visas motsvarande spänning-tid diagram.



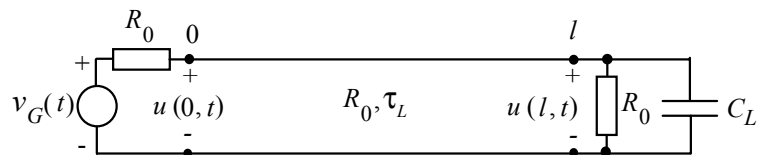
Figur 8.17 Spänning-tid diagram till uppgift 8.5.

## 8.6 Transmissionsledning avslutad med en kapacitans parallellkopplad med en resistans.

I detta avsnitt skall vi studera en transmissionsledning avslutad med en kapacitans  $C_L$  parallellkopplad med en resistans  $R_0$  enligt figur 8.18. För att förenkla framställningen har specialfallet  $R_G = R_L = R_0$  valts.  $R_G = R_0$  ger  $\rho_G = 0$ . För belastningsimpedansen  $Z_L$  och reflektionskoefficienten  $\rho_L$  fås uttrycken

$$Z_L(s) = \frac{R_0}{1 + sR_0C_L}$$

$$\rho_L(s) = \frac{Z_L(s) - R_0}{Z_L(s) + R_0} = \frac{-sR_0C_L}{2 + sR_0C_L}$$



Figur 8.18 Transmissionsledning avslutad med en kapacitans parallellkopplad med en resistans.

Generatorspänningen  $v_G(t)$  antas vara en stegfunktion enligt

$$v_G(t) = \begin{cases} 0 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ U \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

För  $t > 0$  fås

$$u_+(0, t) = \frac{U}{2}$$

Då  $t \rightarrow \infty$  erhålles

$$u(0, t) = u(l, t) = \frac{U}{2}$$

För spänningarna  $U(0, s)$  och  $U(l, s)$  fås uttrycken

$$U(0, s) = \frac{U}{2s} \cdot [1 + \rho_L(s) \cdot e^{-s \cdot 2\tau_L}]$$

$$U(l, s) = \frac{U}{2s} \cdot [1 + \rho_L(s)] \cdot e^{-s \cdot \tau_L}$$

Insättning av uttrycket för  $\rho_L$  och övergång till tidsplanet ger

$$u(0, t) = \frac{U}{2} \cdot [1 - e^{-(t-2\tau_L)/T} \cdot \sigma(t-2\tau_L)]$$

$$u(l, t) = \frac{U}{2} \cdot [1 - e^{-(t-\tau_L)/T}] \cdot \sigma(t-\tau_L)$$

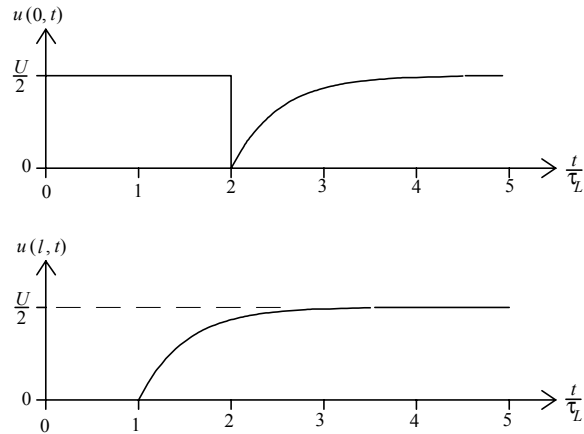
där

$$T = \frac{R_0 C_L}{2}$$

I figur 8.19 visas  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$ .

Då  $u_+$  och  $i_+$  anländer till  $x=l$  uppträder  $C_L$  som en kortslutning i första ögonblicket vilket ger  $\rho_L = -1$ . Allt eftersom  $C_L$  laddas upp närmar sig  $\rho_L$  värdet noll. Uppladdningen av  $C_L$  sker med tidskonstanten  $T$  enligt ovan. Tidskonstanten bestäms av produkten av  $C_L$  och den resistans som utgöres av parallellkopplingen av ledningens karakteristiska resistans  $R_0$  och belastningsresistansen. För den reflekterade vågen  $u_-$  erhålles uttrycket

$$u_-(l, t) = -\frac{U}{2} \cdot e^{-(t-\tau_L)/T} \cdot \sigma(t-\tau_L)$$



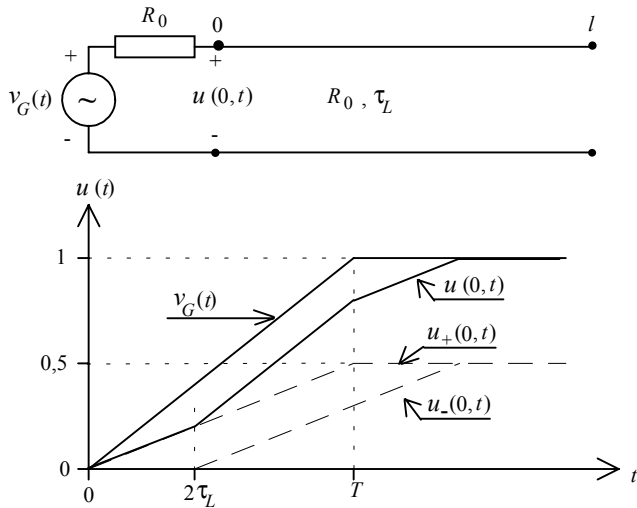
**Figur 8.19** Spänning-tid diagram för kopplingen i figur 8.18.

Stegfördröjningen mellan  $u(0,t)$  och  $u(l,t)$  uppgår till  $\tau_L + T \cdot \ln 2 \approx \tau_L + 0,7 \cdot T$ . Om  $v_G(t)$  i stället hade utgjorts av en rampfunktion hade motsvarande stegfördröjning blivit  $\tau_L + T$ . Denna situation motsvarar fallet då en CMOS-grind kopplas till en ledning som sedan fortsätter. Belastningsresistansen  $R_0$  motsvarar den karakteristiska resistansen  $R_0$  för den fortsättande ledningen. Kapacitansen  $C_L$  motsvarar grindens inkapacitans  $C_{in}$  som typiskt uppgår till 2,5 pF. Mot varje grind som kopplas in på ledningen erhålles ett tillskott i stegfördröjningen uppgående till  $R_0 C_{in} / 2$ .

## 8.7 Korta och långa transmissionsledningar

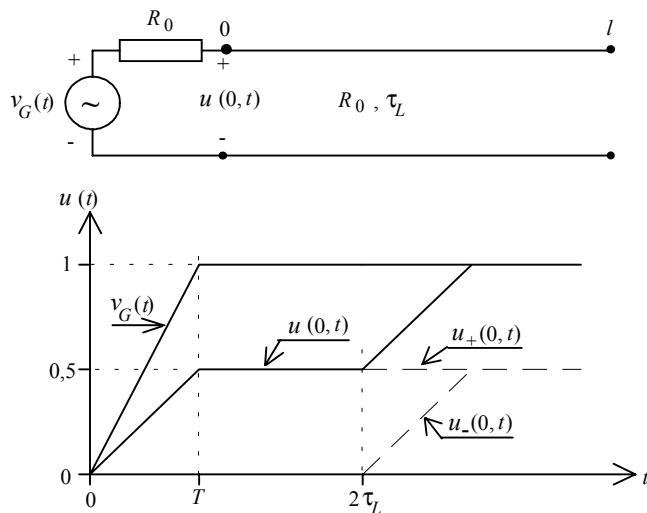
En transmissionsledning sägs vara kort om ledningens löptid  $\tau_L = l/v$  är kort i jämförelse med applicerade signalers stig- och falltider. Vid motsatt förhållande talar man om en lång ledning. Detta språkbruk som är anpassat till applicerade signalers flanktider är meningsfullt eftersom löptidseffekterna kan försummas vid korta ledningar men är ytterst betydelsefulla vid långa ledningar.

Då ledningen är kort återkommer den reflekterade signalen  $u_-(0,t)$  till generatoränden medan generatorsignalen  $v_G(t)$  fortfarande ändras. Resultatet blir en förändring av fronten hos insignalen  $u(0,t)$  till transmissionsledningen. I figur 8.20 visas ett exempel på uppträdande signaler för en kort transmissionsledning med  $\rho_G = 0$  och  $\rho_L = 1$ .



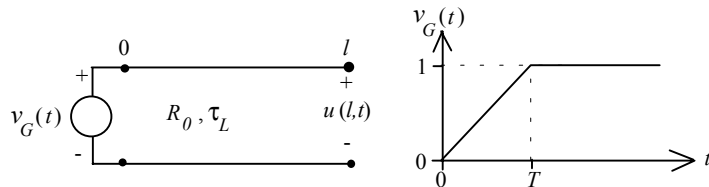
**Figur 8.20** Exempel på spänning-tid diagram för kort transmissionsledning.

Då ledningen däremot är lång så har generatorsignalen  $v_G(t)$  hunnit avsluta sitt omslag långt före den reflekterade signalen  $u_-(0,t)$  återkommer till generatoränden. Detta innebär, att då transmissionsledningen är lång så kan uppträdande signaler approximeras med rektangelformade signaler med försumbara stig- och falltider. I figur 8.21 ges ett exempel på uppträdande signaler på en lång transmissionsledning med  $\rho_G = 0$  och  $\rho_L = 1$ .

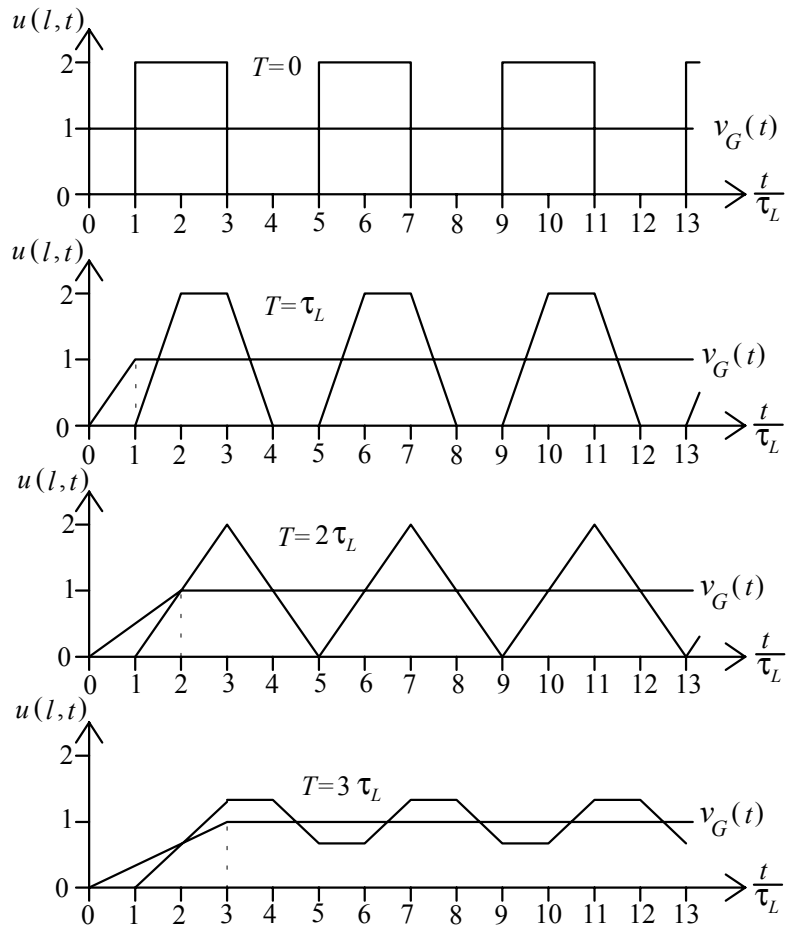


**Figur 8.21** Exempel på spänning-tid diagram för lång transmissionsledning.

I figurerna 8.23 och 8.24 visas signalen  $u(l,t)$  för en transmissionsledning enligt figur 8.22 med  $R_G = 0$  och  $R_L = \infty$  (det mest ogynnsamma fallet) för olika värden på kvoten  $T/\tau_L$ .

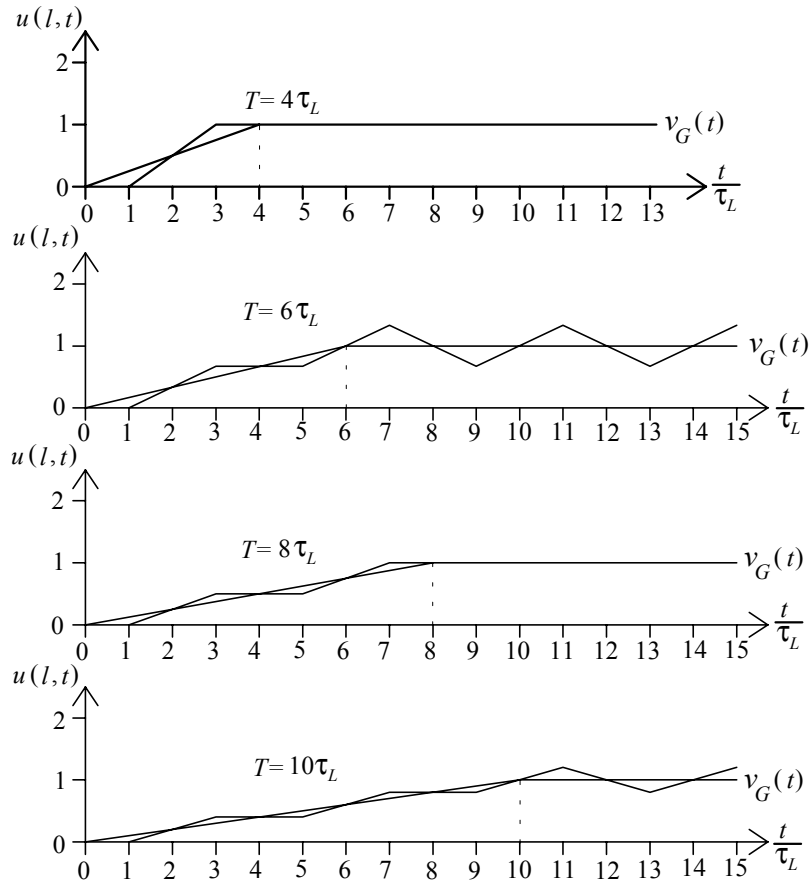


**Figur 8.22** Transmissionsledning och generatorsignal för spänning-tid diagrammen i figurerna 8.23 och 8.24.



**Figur 8.23** Spänning-tid diagram för kopplingen i figur 8.22.





**Figur 8.24** Spänning-tid diagram för kopplingen i figur 8.22.

För de översta exemplen i figur 8.23 är flanktiden  $T$  så liten i förhållande till löptiden  $\tau_L$  att ledningen måste behandlas som en lång ledning. För att undvika de kraftiga transienterna måste lämpliga  $R_G$  och/eller  $R_L$  anslutas. Allt eftersom flanktiden  $T$  blir lång i förhållande till löptiden  $\tau_L$  minskar transienternas storlek. Detta beror på att de uppträdande delvågorna mer och mer kommer att släcka ut varandra.

För  $T \geq 8\tau_L$  kan ledningen behandlas som en kort ledning. Uppträdande transienter är mindre än 20%.

Det här studerade fallet kan direkt appliceras på ECL-kretsar. Dessa har låg utresistans, ca  $10 \Omega$ , och hög inresistans, ca  $50 \text{ k}\Omega$ . Vid direkt sammankopp-

ling av utgången hos en krets med ingången hos en annan krets måste den använda ledningen vara kort för att ej alltför stora transienter skall uppträda. Med  $T = 1$  ns och  $T \geq 8\tau_L$  erhålles  $\tau_L \leq 0.125$  ns. Med utbredningshastigheten 20 cm/ns fås att ledningslängden måste vara kortare än 2,5 cm. Om ledningar som är längre än 2,5 cm skall användas måste dessa behandlas som transmissionsledningar och förses med lämpligt valda  $R_G$  och/eller  $R_L$ .

## 8.8 Bergerondiagram i linjära tillämpningar.

I avsnitten 8.2 och 8.3 har visats hur man analytiskt kan behandla problemet med upprepade reflektioner på en lång ledning då ledningens avslutningar utgöres av linjära impedanser. Denna teknik kan med framgång utnyttjas vid analys av ledningar som förbinder ECL-kretsar så länge dessa arbetar så att utgångsemitterföljaren har  $I_E > 0$ .

Vid analys av ledningar förbindande TTL-kretsar måste emellertid andra metoder tillgripas eftersom TTL-kretsarnas ingångs- och utgångskaraktistikor är starkt olinjära. Vanligtvis använder man sig av en grafisk metod som utnyttjar s k Bergerondiagram. För att belysa denna metod skall vi i detta avsnitt använda Bergerondiagram för att analysera de i avsnitt 8.3 analytiskt behandlade exemplen 8.1 och 8.2.

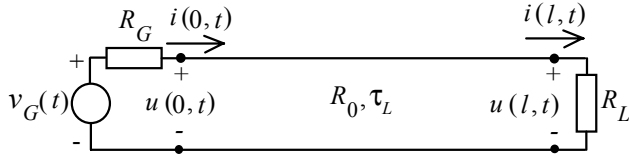
### Exempel 8.6

I detta exempel gäller samma förutsättningar som i exempel 8.1, dvs  $R_G = 50 \Omega$ ,  $R_0 = 100 \Omega$ ,  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$  samt

$$v_G(t) = \begin{cases} 0 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 3 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

Utgående från kopplingen i figur 8.25 kan generatorns utgångskaraktistik beskrivas med sambandet

$$i(0, t) = \frac{v_G(t) - u(0, t)}{R_G} \quad (8.8-1)$$

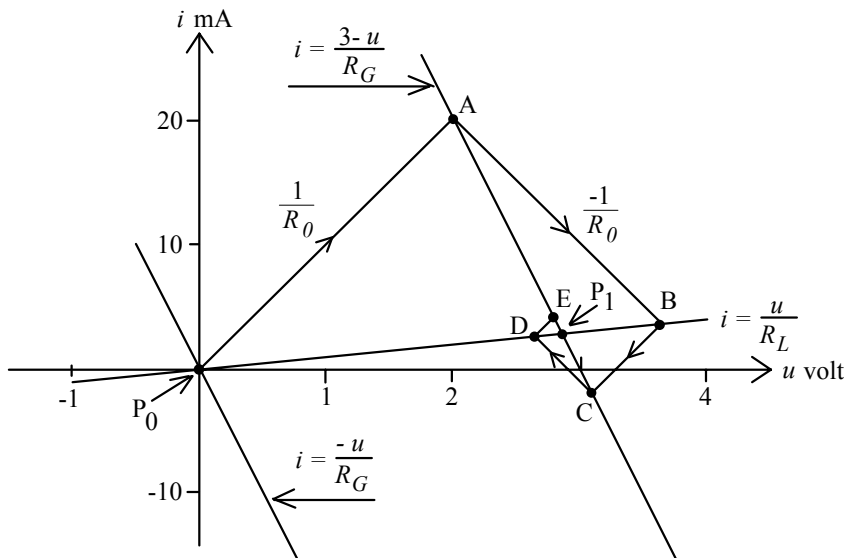


**Figur 8.25** Koppling till exempel 8.6 och 8.7.

För ledningens belastning gäller sambandet

$$i(l,t) = \frac{u(l,t)}{R_L} \quad (8.8-2)$$

I Bergerondiagrammet i figur 8.26 har generatorns utgångskaraktistik enligt (8.8-1) för  $v_G=0$  och  $v_G=3$  volt samt belastningens karakteristik enligt (8.8-2) lagts in.



**Figur 8.26** Bergerondiagram till exempel 8.6.

Skärningspunkterna  $P_0$  och  $P_1$  mellan generatorkarakteristikerna och belastningskarakteristiken ger kopplingens stabila tillstånd  $u=0$ ,  $i=0$ , som gäller för  $t \leq 0$  och  $u \approx 2,85$  volt,  $i \approx 2,85$  mA som gäller då  $t \rightarrow \infty$ .

Vid utnyttjandet av Bergerondiagrammet startar man från punkten  $P_0$  och ritar en linje med lutningen  $1/R_0$  till punkten A på generatorkarakteristiken.

8-28

Punkten A med  $u \approx 2$  volt och  $i \approx 20$  mA representerar tillståndet vid ledningens generatorände omedelbart efter det att  $v_G$  ändrats från 0 till 3 volt. Detta följer av att för ledningen gäller, att

$$i_+(0,0^+) = \frac{u_+(0,0^+)}{R_0}$$

Från punkten A drar man en linje med lutningen  $-1/R_0$  till punkten B på belastningskaraktistiken. Punkten B med  $u \approx 3,65$  volt och  $i \approx 3,65$  mA representerar tillståndet vid belastningsändan vid tiden  $t = \tau_L$ . Detta följer av, att

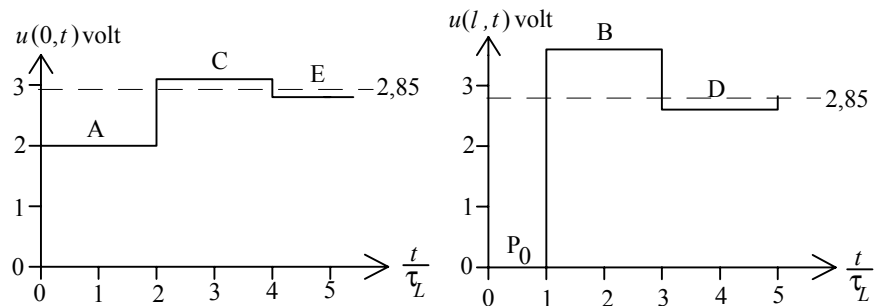
$$u(l, \tau_L) = u_+(l, \tau_L) + u_-(l, \tau_L)$$

$$i(l, \tau_L) = i_+(l, \tau_L) + i_-(l, \tau_L) = \frac{u_+(l, \tau_L)}{R_0} - \frac{u_-(l, \tau_L)}{R_0}$$

$$i(l, \tau_L) = \frac{u(l, \tau_L)}{R_L}$$

Därefter fortsätter man från punkten B till punkterna C, D, E osv genom att rita linjer med lutningarna  $1/R_0$ ,  $-1/R_0$ ,  $1/R_0$  osv.

Punkten C representerar tillståndet vid ledningens generatorände vid  $t = 2\tau_L$ , punkten D representerar tillståndet vid ledningens belastningsände vid tidpunkten  $t = 3\tau_L$  osv. I figur 8.27 visas de spänning-tid diagram som erhålles ur figur 8.26 för  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$ . Diagrammen överensstämmer med de i figur 8.8 visade diagrammen för exempel 8.1.



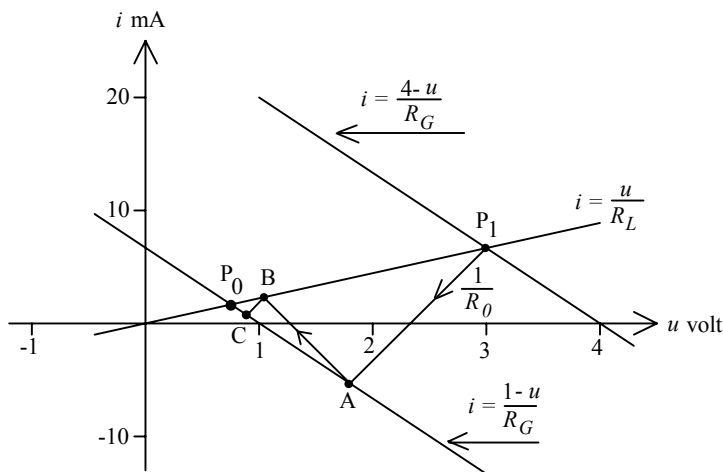
**Figur 8.27** Spänning-tid diagram till exempel 8.6.

**Exempel 8.7**

Kopplingen för detta exempel visas i figur 8.25. Samma förutsättningar gäller som i exempel 8.2, dvs  $R_G = 150 \Omega$ ,  $R_0 = 100 \Omega$ ,  $R_L = 450 \Omega$  samt

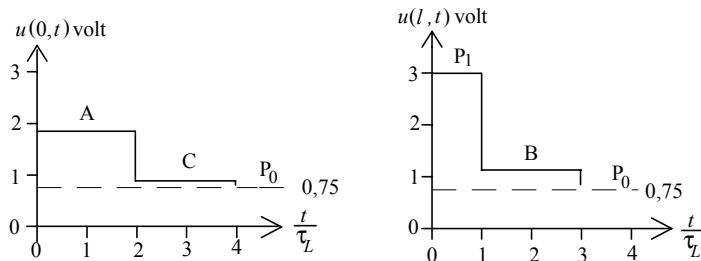
$$v_G(t) = \begin{cases} 4 \text{ volt} & \text{för } t \leq 0 \\ 1 \text{ volt} & \text{för } t > 0 \end{cases}$$

Bergerondiagrammet för denna koppling visas i figur 8.28. Skärningspunkterna  $P_0$  och  $P_1$  ger systemets stabila tillstånd. Punkten  $P_1$ , med  $u = 3$  volt och  $i \approx 6,7$  mA representerar tillståndet för  $t \leq 0$ . Skärningspunkten  $P_0$  med  $u \approx 0,75$  volt och  $i \approx 1,7$  mA representerar tillståndet då  $t \rightarrow \infty$ .



**Figur 8.28** Bergerondiagram till exempel 8.7.

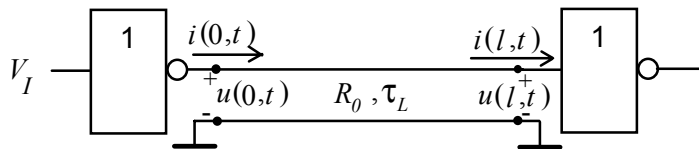
De ur Bergerondiagrammet i figur 8.28 erhållna spänning-tid diagrammen för  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$  visas i figur 8.29. Diagrammen överensstämmer med de i figur 8.9 visade diagrammen för exempel 8.2.



**Figur 8.29** Spänning-tid diagram för exempel 8.7.

## 8.9 Bergerondiagram i icke linjära tillämpningar

För att belysa användningen av Bergerondiagram då kretsar med icke linjära karakteristiker anslutes till en transmissionslednings båda ändar skall vi först studera kopplingen enligt figur 8.30. Utgången på en LS-TTL grind anslutes via en lång transmissionsledning till ingången på en annan LS-TTL grind. Transmissionsledningens karakteristiska resistans  $R_0 = 100 \Omega$  och dess löptid  $\tau_L$  är mycket större än grindarnas stig- och falltider. Grindarnas utkaraktistiker och inkaraktistisk framgår av figurerna 6.10, 6.11 och 6.12.



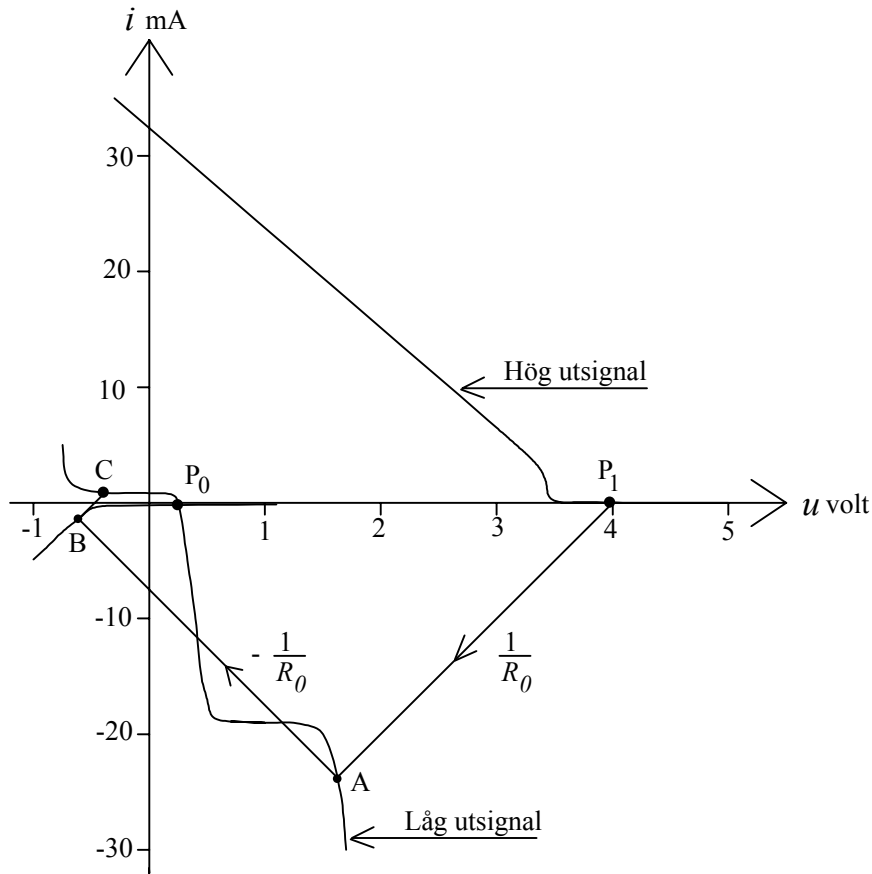
Figur 8.30 Koppling till exempel 8.8 och 8.9.

### Exempel 8.8

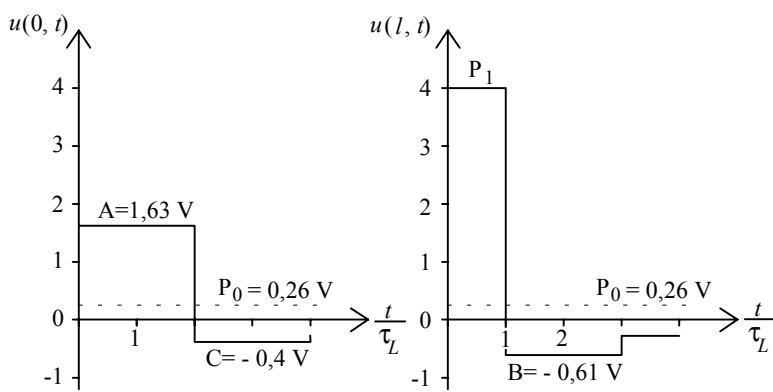
Bestäm och rita upp  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$  för kopplingen i figur 8.30 då  $V_I$  slår om från låg nivå till hög nivå. Tiden  $t=0$  då den första förändringen i  $u(0, t)$  uppträder.

Bergerondiagrammet för LS-TTL visas i figur 8.31. Punkterna  $P_0 = (0,26 \text{ V}, -0,2 \text{ mA})$  och  $P_I = (4,0 \text{ V}, 0 \text{ mA})$  svarar mot låg nivå respektive hög nivå. För  $t \leq 0$  är därför  $u(0, t) = u(l, t) = 4 \text{ V}$ .

Med  $P_I$  som startpunkt drages en linje med lutningen  $1/R_0$  mot utgångskaraktistiken för låg utsignal. Detta ger punkten A, som ger  $u(0, 0^+) \approx 1,63 \text{ V}$ . Från punkten A drages en linje med lutningen  $-1/R_0$  mot ingångskaraktistiken. Detta ger punkten B, som ger  $u(l, \tau_L) \approx -0,61 \text{ V}$ . Från punkten B dras en linje med lutningen  $1/R_0$  mot utgångskaraktistiken för låg utsignal, vilket ger punkten C osv. Efter ett antal reflektioner mellan utgångskaraktistiken för låg utsignal och ingångskaraktistiken vardera med mycket små spänningssteg slutar insvängningsförloppet i punkten  $P_0$ . Utgående från Bergerondiagrammet i figur 8.31 har spänning-tid diagrammen för  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$  uppritats i figur 8.32.



**Figur 8.31** Bergerondiagram till exempel 8.8.



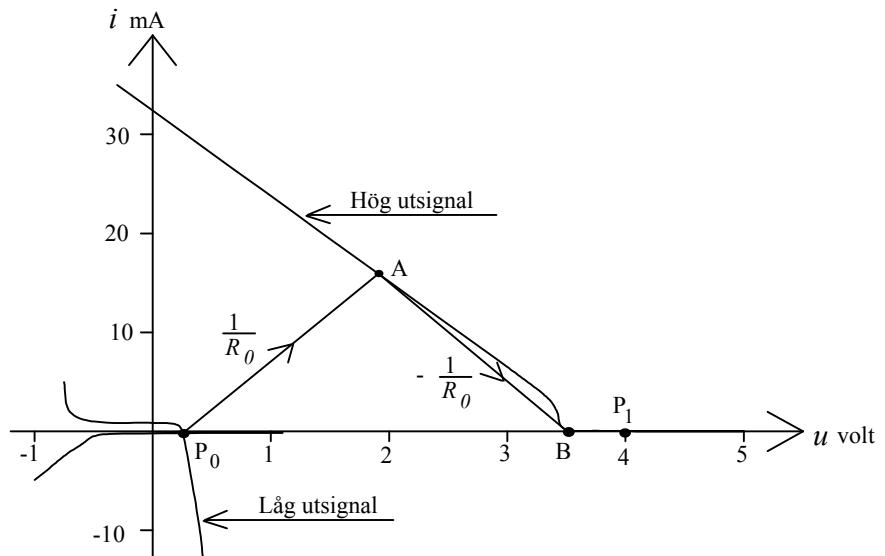
**Figur 8.32** Spänning-tid diagram till exempel 8.8.

Man observerar, att eftersom  $u(0, t)$  ligger mellan  $V_{ILmax} = 0,8$  volt och  $V_{IHmin} = 2$  volt för  $0 < t < 2\tau_L$  så kommer en grind som är direkt ansluten till den drivande grinden att erhålla en odefinierad logisk insignal under detta tidsintervall. Man bör därför ej ansluta grindar till utgången på en grind som driver en transmissionsledning.

### Exempel 8.9

Bestäm och rita upp  $u(0, t)$  och  $u(l, t)$  för kopplingen i figur 8.30 då  $V_I$  slår om från hög nivå till låg nivå. Tiden  $t=0$  då den första förändringen i  $u(0, t)$  uppträder.

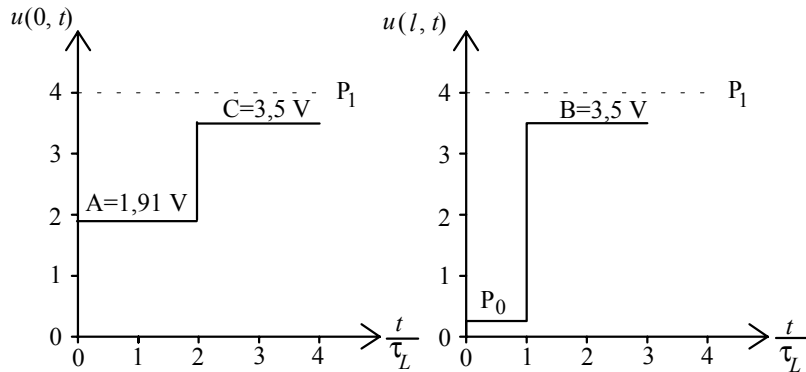
Bergerondiagrammet visas i figur 8.33. I detta fall startar man från punkten  $P_0$  och drager en linje med lutningen  $1/R_0$  mot utgångskaraktistiken för hög utsignal. Detta ger punkten A. Från punkten A fortsätter man med en linje med lutningen  $-1/R_0$  mot ingångskaraktistiken vilket ger punkten B osv. Eftersom utgångskaraktistiken för hög utsignal och ingångskaraktistiken ligger mycket nära varandra för  $u > 3,5$  volt kommer punkten B och de efterföljande punkterna att ligga mycket nära varandra.



**Figur 8.33** Bergerondiagram till exempel 8.9.



Efter ett stort antal reflektioner mellan utgångskaraktistiken för hög utsignal och ingångskaraktistiken vardera med mycket små spänningssteg slutar insvängningsförloppet i punkten  $P_1$ . Utgående från Bergerondiagrammet i figur 8.33 har spänningsdiagrammet i figur 8.34 uppritats.

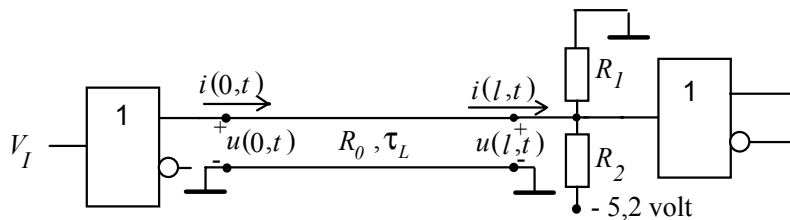


**Figur 8.34** Spänning-tid diagram till uppgift 8.9.

Observera, att liksom var fallet i föregående exempel så ligger  $u(0, t)$  mellan  $V_{ILmax} = 0,8$  volt och  $V_{IHmin} = 2$  volt för  $0 < t < 2\tau_L$ . En grind som ansluts direkt till den drivande grindens utgång får därför en odefinierad logisk insignal under detta tidsintervall.

### Exempel 8.10

Bestäm Bergerondiagrammet för kopplingen i figur 8.35 då insignalen  $V_I$  slår om från låg nivå till hög nivå och omvänt. Logikkretsarna är ECL10K grindar enligt figur 6.28. Deras utkaraktistikor visas i figur 8.36. Transmissionsledningens karakteristiska resistans  $R_0 = 50$  ohm. För motstånden gäller, att  $R_1 = 75$  ohm och  $R_2 = 150$  ohm.



**Figur 8.35** Koppling till exempel 8.10.

8-34

Transmissionsledningens belastning består av motstånden  $R_1$  och  $R_2$ , vilka kan ersättas med Theveninekvivalenten

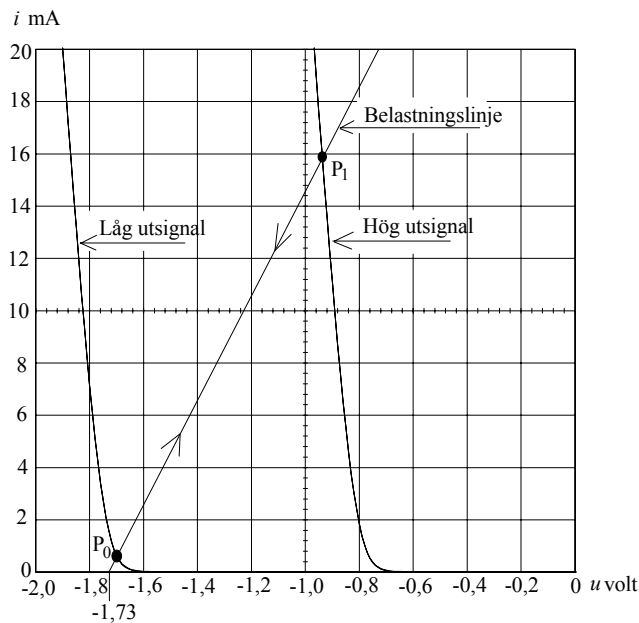
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 50 \text{ ohm}$$

$$E = -5,2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -1,73 \text{ volt}$$

Observera, att  $R = R_0$ , vilket innebär att transmissionsledningens reflektionskoefficient  $\rho_L = 0$ . Belastningslinjen bestäms av sambandet

$$i = \frac{u - E}{R} = \frac{u + 1,73}{0,05} \text{ mA}$$

Denna belastningslinje är inlagd i Bergerondiagrammet i figur 8.36.



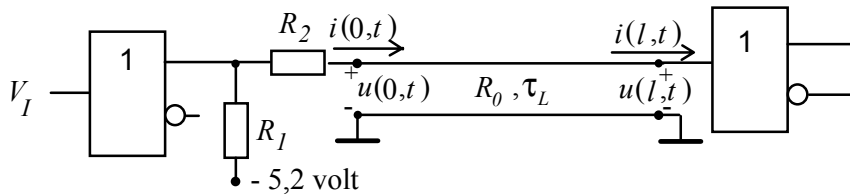
**Figur 8.36** Bergerondiagram till uppgift 8.10.

Eftersom belastningslinjen har lutningen  $1/R_0$  kommer alla övergångar mellan de stationära punkterna  $P_0$  och  $P_1$  att ske längs belastningslinjen utan reflektioner.

För punkterna  $P_0$  och  $P_1$  fås koordinaterna  $P_0 = (-1,7 \text{ volt}, 0,6 \text{ mA})$  och  $P_1 = (-0,94 \text{ volt}, 15,8 \text{ mA})$ .

**Exempel 8.11**

Bestäm Bergerondiagrammet för kopplingen i figur 8.37 då insignalen  $V_I$  slår om från låg nivå till hög nivå och omvänt. Logikkretsarna är ECL10K grindar enligt figur 6.28. Deras utkaraktistikor visas i figur 8.36. Transmissionsledningens karakteristiska resistans  $R_0 = 50$  ohm. För motståndet gäller, att  $R_1 = 330$  ohm och  $R_2 = 39$  ohm.



**Figur 8.37** Koppling till exempel 8.11.

Transmissionsledningens reflektionskoefficient vid belastningsändan  $\rho_L = 1$ . Vid generatorsidan har nätet  $R_1, R_2$  infogats för att åstadkomma, att  $\rho_G \approx 0$ . Av figur 8.36 framgår, att grindens dynamiska utresistans är ca 11 ohm då utströmmen är större än några mA. För att erhålla anpassning väljs därför  $R_2 = 39$  ohm.

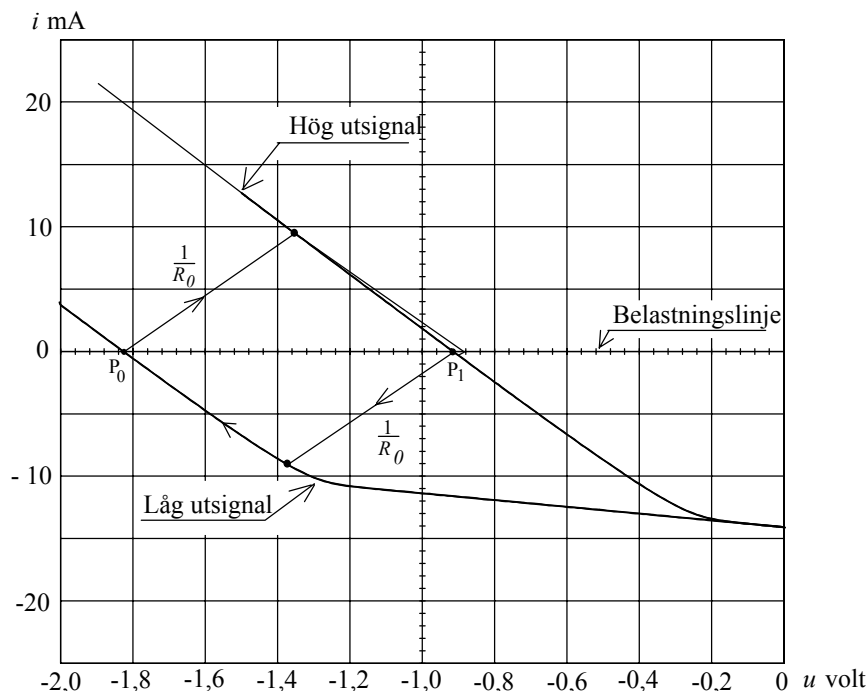
För att kunna rita upp Bergerondiagrammet måste först grindens utkaraktistikor modifieras med hänsyn till inverkan av motståndet  $R_1$  och  $R_2$ . Motståndet  $R_1$  åstadkommer, att utströmmen  $i$  vid givet värde på utspänningen  $u$  minskas med strömmen  $i_1$  genom  $R_1$ . För  $i_1$  gäller uttrycket

$$i_1 = \frac{u + 5,2}{R_1}$$

För utgångskaraktistikorna innebär detta, att de sänks med värdet på  $i_1$ .

Spänningsfallet  $R_2 \cdot i$  över motståndet  $R_2$  medför, att insignalen  $u$  till transmissionsledningen ligger  $R_2 \cdot i$  volt lägre än grindens utsignal. För att korrigera för denna effekt måste de ovan med hänsyn till inverkan av  $R_1$  korrigerade utkaraktistikorna flyttas åt vänster  $R_2 \cdot i$  volt (om  $i < 0$  flyttas karakteristikan åt höger).

De enligt ovan modifierade utkaraktistikorna visas i figur 8.38. Skärningspunkterna mellan utkaraktistikorna och belastningslinjen  $i = 0$  ger de stabila punkterna  $P_0$  och  $P_1$ .



**Figur 8.38** Bergerondiagram till uppgift 8.11.

Av Bergerondiagrammet framgår att omslagen mellan låg nivå  $P_0 = -1,82$  volt och hög nivå  $P_1 = -0,92$  volt och omvänt sker nästan helt idealt vid belastningssidan. Vid generatorsidan ligger insignalen till transmissionsledningen ungefär mitt emellan hög nivå och låg nivå under tiden  $0 < t < 2\tau_L$  för att därefter anta sitt slutvärde. Observera, att grindens utsignal under tiden  $0 < t < 2\tau_L$  på grund av spänningsfallet över motståndet  $R_2$  endast ligger ca 0,1 volt från slutvärdet.

## 8.10 Olika ledningstyper.

Ett flertal skilda typer av ledningar utnyttjas för att förbinda logikkretsar. Vanligt förekommande är den enkla ledningen som används vid wire-wrapteknik, tvinnad parledning, koaxialkabel samt microstripline. Vid valet av ledningstyp måste hänsyn tagas till flera faktorer som t ex ledningslängd, logikkretsarnas snabbhet, krav på skydd mot störsignaler, kostnad etc.

Gemensamt för alla ledningar är att signalernas utbredningshastighet längs ledningen är helt oberoende av ledningarnas geometriska utformning. För utbredningshastigheten gäller

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}}$$

där

$$\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m}$$

$\mu_r$  = den relativa permeabiliteten

$\epsilon_r$  = den relativa dielektricitetskonstanten

Eftersom ljushastigheten  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s ges av uttrycket

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

och eftersom  $\mu_r = 1$  i de flesta praktiska sammanhang kan utbredningshastigheten  $v$  skrivas på formen

$$v = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Uttrycket ljushastigheten  $c_0$  i cm/ns fås

$$v = \frac{30}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ cm/ns}$$

Som exempel på värden på  $\epsilon_r$  kan nämnas att det ofta utnyttjade isoleringsmaterialet polyeten har  $\epsilon_r = 2,3$  och att epoxiglasfiber som utnyttjas för mönsterkort har  $\epsilon_r \approx 4$ . Ett typiskt värde på utbredningshastigheten längs isolerade enkla ledningar eller tvinnade parledningar är därför 20 cm/ns.

Eftersom ledningarnas karakteristiska impedans  $Z_0$  och utbredningshastigheten  $v$  ges ur uttrycken

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

8-38

där

$L$  = längsinduktansen per längdenhet

$C$  = tvärkapacitansen per längdenhet

kan  $L$  och  $C$  uttryckas som

$$L = \frac{Z_0}{v}$$

$$C = \frac{1}{v \cdot Z_0}$$

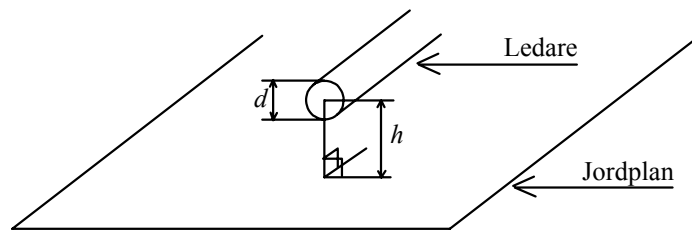
Ett typiskt värde på  $Z_0 = 100 \Omega$ . Detta ger med  $v = 20 \text{ cm/ns}$   $L = 5 \text{ nH/cm}$  och  $C = 0,5 \text{ pF/cm}$ .

För en enkel ledare ovanför ett jordplan enligt figur 8.39 gäller följande uttryck för  $Z_0$ .

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \operatorname{arcosh} \frac{2h}{d} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \left( \frac{2h}{d} + \sqrt{\left(\frac{2h}{d}\right)^2 - 1} \right)$$

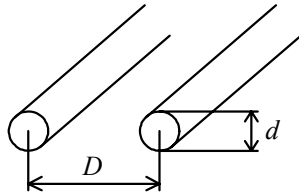
För  $h \gg d$  kan  $Z_0$  approximeras med uttrycket

$$Z_0 \approx \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{4h}{d}$$



**Figur 8.39** Geometriska dimensioner för enkel ledare över jordplan.

För wiretråd är ett typiskt värde på diametern  $d = 0,26 \text{ mm}$ . Med  $h = 5 \text{ mm}$  och  $\epsilon_r = 2,3$  fås  $Z_0 \approx 170 \Omega$ . Eftersom  $Z_0$  varierar som  $\ln 4h/d$  påverkas  $Z_0$  inte så kraftigt av variationer i  $h$ . Ökas  $h$  från  $5 \text{ mm}$  till  $10 \text{ mm}$  ökas  $Z_0$  till  $200 \Omega$ . Minskas i stället  $h$  till  $3 \text{ mm}$  fås  $Z_0 \approx 150 \Omega$ .



**Figur 8.40** Beteckningar för en dubbellednings geometriska dimensioner.

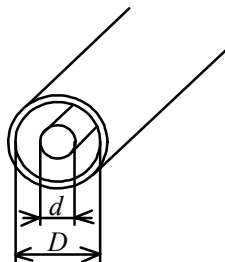
För en dubbelledning enligt figur 8.40 gäller, att

$$Z_0 = \frac{120}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \operatorname{arcosh} \frac{D}{d} = \frac{120}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \left( \frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1} \right)$$

Detta innebär att den karakteristiska impedansen för en dubbelledning är dubbelt så stor som den karakteristiska impedansen för en enkel ledare som befinner sig på avståndet  $h = D/2$  från ett jordplan.

För en tvinnad parledning med  $D = 2,5 d$  (isoleringen kräver utrymme) och  $\epsilon_r = 2,3$  fås  $Z_0 = 120 \Omega$ . En tvinnad dubbelledning ger jämfört med en enkelledning förutom ett lägre värde på  $Z_0$  också ett mer väldefinierat värde. För en enkelledare kan nämligen höjden över jordplanet variera avsevärt vid den praktiska uppbyggnaden. Den tvinnade parledningen är dessutom mycket mindre känslig för yttre störningar.

Då stora krav ställs på förbindningen utnyttjas koaxialkablar enligt figur 8.41. Koaxialkablar ger ett lågt väldefinierat värde på  $Z_0$  och är mycket okänsliga för yttre störningar. Nackdelar är att de jämfört med enkelledare och dubbelledare är betydligt dyrare, kräver större utrymme och är mycket svårare att montera.



**Figur 8.41** Geometriska dimensioner för koaxialkabel.

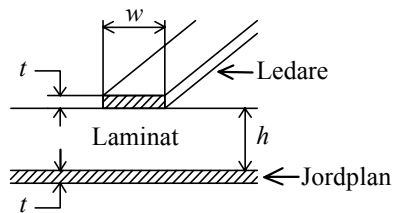
8-40

För en koaxialkabel enligt figur 8.41 fås den karakteristiska impedansen

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{D}{d}$$

Med  $D = 3,6 d$  (ett vanligt värde, som ger lägst förluster) och  $\epsilon_r = 2,3$  fås  $Z_0 \approx 50 \Omega$ .

Då mönsterkort utnyttjas i digitala konstruktioner utformas ledarna ofta som s k microstriplines enligt figur 8.42.



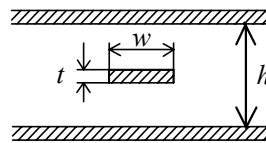
**Figur 8.42** Geometriska dimensioner för microstripline.

Den karakteristiska impedansen för en ledare utförd i microstriplineteknik ges av det approximativa uttrycket

$$Z_0 \approx \frac{87}{\sqrt{1,41 + \epsilon_r}} \cdot \ln \frac{6h}{0,8w + t}$$

Ett typiskt värde på kopparskiktets tjocklek är  $t = 0,035$  mm. En vanlig tjocklek på laminatet är 1,5 mm. Med  $\epsilon_r = 4$  (glasfiber-epoxi) och linjebredden  $w = 1$  mm fås  $Z_0 \approx 90 \Omega$ .

Då s k multilayer mönsterkort utnyttjas kommer microstripline-ledaren att ligga mellan två jordplan enligt figur 8.43.



**Figur 8.43** Geometriska dimensioner för microstripline vid multilayerteknik.



I detta fall erhålles följande uttryck för den karakteristiska impedansen

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{1,9h}{0,8w+t}$$