

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Blatt 8

Aufgabe H-24: Für eine Folge von Operationen auf einer Datenstruktur gelte, dass die Kosten c_i der i -ten Operation

$$c_i = \begin{cases} i & \text{falls } i \text{ eine Zweierpotenz ist,} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

sind. Berechnen Sie die amortisierten Kosten mit der Aggregat- und der Potential-Methode. (4 Punkte)

Aufgabe H-25: Zeigen Sie mit Hilfe der Bänker-Methode, dass man die amortisierte Laufzeit von `HEAP-INSERT` auf $O(\log n)$ und die von `HEAP-EXTRACT-MAX` auf $O(1)$ setzen kann. (4 Punkte)

Aufgabe H-26: Zeigen Sie, dass eine Folge von m `MAKE-SET`-, `UNION`- und `FIND-SET`-Operationen, von denen n `MAKE-SET` sind, für Wälder mit Rangfunktion eine Laufzeit von $O(m \log n)$ hat. Die amortisierte Komplexität jeder Operation ist also $O(\log n)$. (4 Punkte)

Aufgabe H-27: Dynamische Binärsuche. Eine Sammlung von $n = \sum_{i=0}^k a_i 2^i$ Elementen ($a_i \in \{0, 1\}$) kann dargestellt werden als Folge A_0, \dots, A_{k-1} von sortierten Arrays, wobei A_i die Länge 2^i hat und vollbesetzt ist, falls $a_i = 1$, und völlig leer, falls $a_i = 0$. (Die Arrays sind zwar jedes für sich sortiert, stehen aber untereinander in keiner Ordnungsbeziehung.)

- Beschreiben Sie eine Suchfunktion für obige Struktur, basierend auf binärer Suche. Bestimmen Sie die Laufzeit im schlechtesten Fall.
- Beschreiben Sie eine Einfügeoperation und bestimmen Sie die Laufzeit im schlechtesten Fall und die amortisierte Laufzeit.
- Skizzieren Sie eine Löschoption.

(8 Punkte)

Abgabe bis Montag, 26. Juni, 14.00 Uhr in einer der Vorlesungen oder Übungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Oettingen- oder Theresienstraße. Oder zu Beginn der Montags-Übung (14.15 Uhr).