

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Blatt 5

Aufgabe H-15:

- a) Fügen Sie in eine Hashtabelle der Größe 9 der Reihe nach die Schlüssel 5, 28, 19, 15, 20, 33, 12, 17, 10 ein. Kollisionen sollen durch verkettete Listen aufgelöst werden. Die Hashfunktion sei $h(k) = k \bmod 9$.
- b) Fügen Sie die Schlüssel 10,22,31,4,15,28,17,88,59 der Reihe nach ein in eine offen adressierte Hashtabelle der Größe $m = 11$ unter Verwendung der Hashfunktion $h'(k) = k \bmod 11$ und quadratischem Sondieren mit $c_1 = 1, c_2 = 3$
- c) Betrachten Sie eine Hashtabelle der Größe $m = 1000$ und die Hashfunktion $h(k) = \lceil m(kA \bmod 1) \rceil$ für $A = (\sqrt{5} - 1)/2$. Berechnen Sie die Hashwerte der Schlüssel 61, 62, 63.

(6 Punkte)

Aufgabe H-16: Ihr Microcontroller mit 16-Bit Recheneinheit soll die Hashfunktion $h(k) = k \bmod 253$ berechnen.

- a) Zeigen Sie, wie dies für $h(256^{33} \cdot 17)$ ohne Verwendung von Zahlen mit mehr als 16 Bit möglich ist.
- b) Formulieren Sie Ihr Verfahren aus a) allgemein als Algorithmus zur effizienten Berechnung von $h(n^k \cdot x)$, $n, k, x \in \mathbb{N}$ und begründen Sie die Korrektheit.

(4 Punkte)

Aufgabe H-17:

- a) Es sei $h(k) = k \bmod 255$. Berechnen Sie den Hash-Wert für die im 256er-ASCII-System kodierten Zeichenketten TAUBE und TUBAE (analog zu $h(ABC) = h(65 + 256 \cdot 66 + 256^2 \cdot 67)$)
- b) Die gewählte Hashfunktion ist ungeeignet für Zeichenketten. Zeigen Sie, dass zwei Zeichenketten, die sich nur durch die Permutation von zwei Zeichen unterscheiden, etwa ABCDE und CBADE, den gleichen Hash-Wert erhalten.
- c) Zeigen Sie allgemein, dass jede Permutation einer Zeichenkette im 256er-System unter $h(k)$ den selben Hash-Wert erhält.

(6 Punkte)

Aufgabe H-18:

- a) In einer Hashtabelle mit Kollisionsauflösung durch Listen und rund 100000 Elementen werden häufig Elemente gesucht. Pro Suche sollen nicht mehr als durchschnittlich 3 Schlüsselvergleiche durchgeführt werden. Wie groß sollte die Hashtabelle ausgelegt werden, wenn
 - in den meisten Fällen die Suche erfolgreich ist.
 - in den meisten Fällen die Suche nicht erfolgreich ist.
- b) Es wird eine offene Adressierung verwendet, unter den gleichen Bedingungen wie im Fall a). Wie groß sollte nun die Hashtabelle sein bei linearem Sondieren bei erfolgreicher Suche?
- c) Wie groß ist die erwartete Vergleichszahl wenn stattdessen quadratisches Sondieren eingesetzt wird, sonst gleiche Voraussetzungen wie in b)?

(4 Punkte)

Abgabe bis Mittwoch, 7. Juni, 14.00 Uhr in einer der Vorlesungen oder Übungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Oettingen- oder Theresienstraße.