Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dipl. Inf. Andreas Abel
Dipl. Math. Stefan Schimanski

SS 2006

15. Mai 2006

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

Blatt 3

Aufgabe H-9: Es sei $f(n) = n^3 + k_1 \cdot n^2 + k_2 \cdot n + k_3$, $k_1, k_2, k_3 > 0$. Beweisen Sie mit der ursprünglichen Definition (ohne Verwendung vom Limes) von $O(g)$ und $\Omega(g)$, dass $f(n) = \Theta(n^3)$ ist. Geben Sie also abhängig von k_1, k_2, k_3 die passenden Konstanten c, n_0 für die jeweilige Richtung an. (2 Punkte)

Aufgabe H-10: Verwenden Sie die Idee des Algorithmus SELECT, um eine Modifikation von QUICKSORT anzugeben, die im *worst-case* eine Laufzeit von $O(n \log n)$ erreicht. (4 Punkte)

Aufgabe H-11:

a) Geben Sie einen Algorithmus an, der das zweitgrößte Element einer Liste mit $n + O(\log n)$ Vergleichen findet. Begründen Sie dies und bestimmen Sie auch die Platzkomplexität.

   Tipp: Suchen Sie erst nach dem größten Element, mit Divide and Conquer. Welche Elemente kommen am Ende noch für das zweitgrößte in Frage?

b) Zeigen Sie, dass jeder Algorithmus, der das zweitgrößte Element nur mit Vergleichen bestimmt, ohne weitere Vergleiche auch das größte Element ermitteln kann.

(4+2 Punkte)

Aufgabe H-12:

a) Zeichnen Sie Rot-Schwarz-Bäume mit den Elementen 1 bis 15, jeweils mit maximaler und minimaler Höhe.

b) Zeigen Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die entstehen, wenn man in einen anfänglich leeren Rot-Schwarz-Baum der Reihe nach die Schlüssel 41, 38, 31, 12, 19, 8 einfügt.

c) Geben Sie anschließend die Rot-Schwarz-Bäume an, die entstehen, wenn Sie aus dem oben erhaltenen Baum nacheinander die Schlüssel 12, 31, 38 entfernen.

(8 Punkte)

Abgabe: Montag, 22. 5. 2006