

## Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

### Blatt 1

**Aufgabe H-1:** Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

- $f(n) + g(n) = \Theta(\max(f(n), g(n)))$
- Wenn  $f(n) = O(g(n))$  ist, so auch  $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ .
- $f(n) = \Theta(f(\frac{n}{3}))$
- $(f(n) + g(n))^2 = O(f(n)^2) + O(g(n)^2)$

(4 Punkte)

**Aufgabe H-2:** Führen Sie eine detaillierte Analyse der Laufzeit, wie in der Vorlesung am Beispiel INSERTION-SORT vorgeführt, für die *merge*-Routine, die beim Sortieren durch Mischen (MERGE-SORT) verwendet wird, durch.

(4 Punkte)

**Aufgabe H-3:** Bestimmen Sie das asymptotische Wachstum der Lösungen  $T(n)$  der folgenden Rekursionsgleichungen mit der *Master*-Methode, wo dies möglich ist:

- $T(n) = 3T(\frac{3n}{4}) + (n^2 + n)^2$
- $T(n) = 2T(\frac{n}{4}) + \sqrt{n \log n}$
- $T(n) = \sqrt{32}T(\frac{n}{2}) + \sqrt{n^5} + n^2$
- $T(n) = T(n-1) + n$

(8 Punkte)

**Aufgabe H-4:** Entwerfen Sie einen Algorithmus für das folgende Problem: für eine Menge  $M$  von reellen Zahlen und eine weitere reelle Zahl  $r$  ist zu

entscheiden, ob sich  $r$  als Summe  $r = s + t$  zweier Elemente  $s, t \in M$  schreiben lässt. Ihr Algorithmus sollte Laufzeit  $\Theta(n \log n)$  haben. Zeigen Sie dies.

(4 Punkte)

**Abgabe bis Freitag, 5. Mai, 13 Uhr in einer der Vorlesungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Oettingenstraße. Bearbeitung entweder alleine oder bevorzugt in Gruppen von zwei Personen (nicht mehr!). Abgeschriebene Lösungen werden mit 0 Punkten bewertet. Dazu zählen auch Lösungen aus dem Internet oder anderen Quellen.**