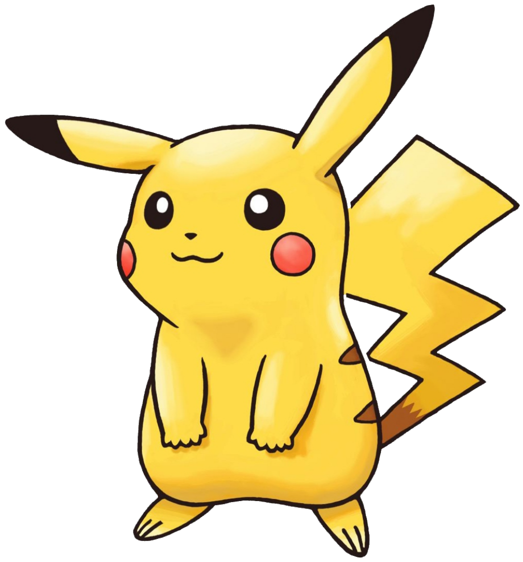
TENTAMEN DIT980

Diskret Matematik för Datavetare

15 augusti 2016, 13:30 - 17:30



- Det finns totalt **7 uppgifter**.
- Läs igenom alla uppgifter noga **innan du börjar**, och försäkra dig om att du förstår.
- I dina svar, ange tydligt **vilken uppgift** det är du svarar på.
- Skriv **tydligt** och **överskådligt**. Skriv rent dina svar; vi som rättar vill **inte se ditt kladd**.
- Tillåtna hjälpmedel:
    - En **handskriven A4-sida** med anteckningar **på 1 sida**. Anteckningarna ska lämnas in tillsammans med dina svar.
    - En **godkänd miniräknare**.

Varje uppgift kan ge 0, 1, eller 2 poäng:

- 0p = svaret på uppgiften är otillräckligt
- 1p = svaret innehåller bra saker men också några brister
- 2p = svaret är tillräckligt bra (men får innehålla småfel)

Poänggränser: **G** = 7-10p, **VG** = 11-14p.

LYCKA TILL!

Uppgift 1

(a) Ge sanningstabellen för följande logiska formel:

$$(p \lor q) \leftrightarrow q$$

(b) Betyder formeln ovan samma sak som $p \longrightarrow q$? Motivera ditt svar.

Uppgift 2

Kolla följande rekursiva funktionsdefinition för funktionen $F : \mathbf{N}^{+} \mathrm{x} \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$:

$$\begin{aligned} F(x,0) &= 1 \\ F(x,n) &= F(x, n/2)^2 && \text{, när n är jämn och } n > 0 \\ F(x,n) &= x \cdot F(x, n-1) && \text{, när n är ojämn} \end{aligned}$$

Bevisa med hjälp av stark induktion över n att $F(x,n) = x^n$, för alla $n \geq 0$.

Uppgift 3

Undersök nedanstående två diofantiska ekvationer. För varje ekvation, ange huruvida den har lösningar och varför. Om den har lösningar, ge då alla lösningar där värdet på x ligger mellan 0 och 30.

(a) $4x + 11y = 14$

(b) $22x + 44y = 27$

Som lösningsmetod krävs det att du använder dig av Bezouts identitet. Visa tydligt vilka steg du tar.

Uppgift 4

Sant eller falskt? Ge också ett bevis eller motbevis.

(a) Alla heltal större än 1, som inte är delbara med 2 eller 3, är primtal.

(b) Det finns operatorer som är associativa men inte kommutativa.

Uppgift 5

Bevisa att följande utsaga gäller: För alla listor av heltal xs och ys:

```
sum (xs ++ ys) = sum xs + sum ys
```

Du får använda dig av följande definitioner:

```
sum :: [Integer] -> Integer
sum []        = 0
sum (x:xs)    = x + sum xs

(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[]      ++ ys  = ys
(x:xs)  ++ ys  = x : (xs ++ ys)
```

Ange tydligt alla steg du tar i beviset och varför du får ta dem.

Uppgift 6

Givet en oriktad graf G. Vi definierar följande relation R:

R(u,v) = "det finns en väg från u till v i grafen G"

Visa att R är en ekvivalensrelation. Gör detta genom att visa att R är reflexiv, symmetrisk, och transitiv.

Uppgift 7

Jag har en grupp på 11 studenter. Jag vill dela upp dessa i 3 grupper som är nästan lika stora: 2 grupper med 4 studenter, och 1 grupp med 3 studenter. På hur många sätt kan jag göra detta?

Ordningen av grupperna och ordningen av studenterna i varje grupp spelar ingen roll.

OBS: Du behöver inte ge ett specifikt tal som svar, det räcker med att du ger ett uttryck där du använder dig av heltal, multiplikation, addition, subtraktion, division, fakultet, och/eller “över”-funktionen. Du behöver alltså inte spendera tid på att förenkla eller räkna ut uttrycket.

(inga fler uppgifter)