TENTAMEN DIT980

Diskret Matematik för Datavetare

7 januari 2016, 8:30 - 12:30

- Det finns totalt **7 uppgifter**.
- Läs igenom alla uppgifter noga **innan du börjar**, och försäkra dig om att du förstår.
- I dina svar, ange tydligt **vilken uppgift** det är du svarar på.
- Skriv **tydligt** och **överskådligt**. Skriv rent dina svar; vi som rättar vill **inte se ditt kladd**.
- Tillåtna hjälpmedel:
    - En **handskriven A4-sida** med anteckningar **på 1 sida**.
      Anteckningarna ska lämnas in tillsammans med dina svar.
    - En **godkänd miniräknare**.

Varje uppgift kan ge 0, 1, eller 2 poäng:

- 0p = svaret på uppgiften är otillräckligt
- 1p = svaret innehåller bra saker men också några brister
- 2p = svaret är tillräckligt bra (men får innehålla småfel)

Poänggränser: **G** = 7-10p, **VG** = 11-14p.

LYCKA TILL!

Uppgift 1

(a) Förenkla följande logiska formel:

$$p \land (p \rightarrow q)$$

Förenkla betyder: hitta en ny formel som är enklare men som betyder samma sak.

(b) Visa att din formel betyder samma sak som originalet med hjälp av en sanningstabell.

Uppgift 2

Kolla följande rekursiva funktionsdefinition för funktionen $F : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$:

$$F(0) = 0$$
$$F(n) = 1 - F(n-1) \qquad \text{, när } n > 0$$

och följande (icke-rekursiva) funktionsdefinition för funktionen $G : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$:

$$G(n) = 0 \qquad \text{, när } n \text{ är jämn}$$
$$G(n) = 1 \qquad \text{, när } n \text{ är ojämn}$$

Bevisa att $F(n) = G(n)$ för alla heltal $n \geq 0$.

Uppgift 3

Betrakta följande två kongruenser:

$$x \equiv 7 \pmod{11}$$
$$x \equiv 6 \pmod{9}$$

Vilka heltal x finns mellan 0 och 200 som uppfyller **båda** dessa kongruenser? Visa alla steg i ditt resonemang.

Uppgift 4

Givet två positiva heltal n och m, sådant att talet

$$n! + m!$$

är ett primtal. Visa att detta betyder att n = 1 eller m = 1.

Uppgift 5

Bevisa att följande utsaga gäller: För alla listor av heltal xs och ys:

```
sum (xs ++ ys) = sum xs + sum ys
```

Du får använda dig av följande definitioner:

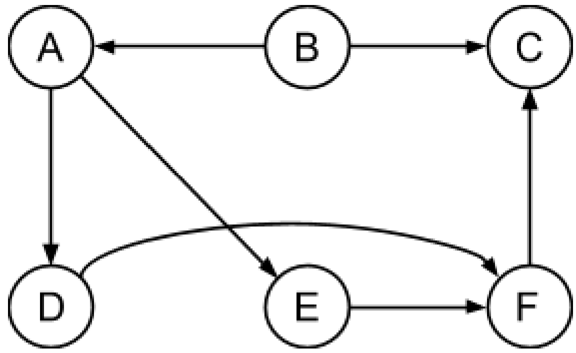
```
sum :: [Integer] -> Integer
sum []          = 0
sum (x:xs)      = x + sum xs

(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[]       ++ ys  = ys
(x:xs)  ++ ys  = x : (xs ++ ys)
```

Ange tydligt alla steg du tar i beviset och varför du får ta dem.

Uppgift 6

Kolla den riktade grafen G intill.



(a) Gör en lista över alla topologiska ordningar som grafen G har. Visa tydligt hur du har skapat listan: Förklara varför dina ordningar är topologiska ordningar och varför du tror att du har listat alla.

Nu lägger vi till en **extra kant** (pil) i G som går från C till D.

(b) Igen, gör en lista över alla topologiska ordningar som den nya grafen har. Visa tydligt hur du har skapat listan.

Uppgift 7

Jag har en grupp på 10 studenter. Jag vill dela upp dessa i 3 grupper som är nästan lika stora: 2 grupper med 3 studenter, och 1 grupp med 4 studenter. På hur många sätt kan jag göra detta?

Ordningen av grupperna och ordningen av studenterna i varje grupp spelar ingen roll.

OBS: Du behöver inte ge ett specifikt tal som svar, det räcker med att du ger ett uttryck där du använder dig av heltal, multiplikation, addition, subtraktion, division, fakultet, och/eller “över”-funktionen. Du behöver alltså inte spendera tid på att förenkla eller räkna ut uttrycket.

(inga fler uppgifter)