

Tentamen i Beräkningsmodeller

31 Aug 2007, kl 8.30 – 12.30 i M-huset

Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 0730-79 42 89.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Varje svar skall motiveras! Svar utan motivering ger inga poäng. Komplicerade lösningar och motiveringar kan ge poängavdrag.

Poäng från hemuppgifter inlämnade under 2006 kan tillgodoräknas. Betygsgränser för 5 p: CTH: 3=80p, 4=120p, 5=160p, GU: G=80p, VG=140p.

Examensvisning kommer att äga rum fredagen den 7 sept 11.30 – 11.45 i Bengt Nordströms tjänsterum. Lösningar till tentan kommer att finnas tillgängliga från kursen Beräkningsmodellens hemsida.

1. Reducera λ -uttrycken

(a) $(\lambda x.(\lambda y.y x)) y$

(b) $(\lambda x.(\lambda z.z x)) y$

(20)

2. Antag att vi skulle använda programspråket C som beräkningsmodell!

(a) Vad betyder det att en partiell funktion $f \in \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ är C-beräkningsbar?

(10)

(b) Beskriv vad som behöver göras för att bevisa att den operationella semantiken till C är C-beräkningsbar!

(10)

3. Det finns två olika definitioner av vad det betyder att en mängd A är uppräkningsbar. En tredje skulle vara att mängdens element ryms i ett hotell med oändligt många rum, ett rum för varje naturligt tal. Att mängdens element ryms skulle betyda dels (1) att varje element har minst ett rum, samt (2) att varje rum har högst ett element (vi vill ju inte att alla element skall kunna dela på ett rum). Visa hur dessa två krav uttrycks i de två alternativa definitionerna av uppräkningsbarhet!

(20)

4. Bevisa med hjälp av ett diagonaliseringsargument att det finns beräkningsbara funktioner i mängden $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ som inte finns med i \mathbf{PRF}_1 , mängden av primitivt rekursiva funktioner med ett argument!

(30)

5. Definiera ett program \mathbf{Y} i språket χ som är sådant att

$$\mathbf{Y} f = f(\mathbf{Y} f)$$

för varje funktion f . Bevisa att så är fallet!

(30)

6. Definiera ett program i χ som fungerar som operatoren för primitiv rekursion över naturliga tal, dvs konstruera ett program **natrec** för vilka följande likheter gäller:

$$\begin{aligned} \mathbf{natrec\ zero}() \ d \ e &= d \\ \mathbf{natrec\ (succ}(x)) \ d \ e &= e \ x \ (\mathbf{natrec\ } x \ d \ e) \end{aligned}$$

(30)

Lycka till!