Göteborgs Universitet och Chalmers Tekniska Högskola 1999–01–01
Datavetenskap INN11

Tentamen i Beräkningsbarhet och lambda-kalkyl

Måndagen den 11 januari 1999, kl 8.45 – 13.45 i sal VÖ.
Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 1033, eller 13 78 14 (hem)
Tillåtna hjälpmedel: Inga.
Börja varje uppgift på nytt blad. Skriv endast på en sida av papperet. Den här skriftliga tentamen utgör 75 % av den totala examinationen, de resterande 25 % består av de inlämingsuppgifter som har delats ut under kursens gång. Klarar ni 50 % av hela examinationen kommer ni att få godkänt. Lösningar och tid för examensvisning kommer att anslås på kursens hemsida.

1. (a) Vad menas med att två λ-termer är α-kongruenta? (2)
   (b) Vad menas med att en mängd är uppräkningsbar? (2)
   (c) Ge ett exempel på en λ-term där variabeln x förekommer både fri och bunden. (2)
   (d) Redogör för Churchs tes. Vad säger den, varför heter den inte Churchs sats, varför tror vi på den? (5)
2. Bevisa att $\mathsf{N} \times \mathsf{N}$ är uppräkningsbar. (7)
3. Ge exempel på en mängd som inte är uppräkningsbar. Motivera (dvs bevisa) att så är fallet. (8)
4. Ge ett exempel på ett λ-uttryck som har en normal-form vid normal evalueringsording men inte vid applikativ evalueringsordning. Motivera! (8)
5. Ge ett exempel på ett program i språket χ som terminerar till svag huvud normal form, men vars fullständiga evaluering ej terminerar. Motivera! (8)
6. Definiera additionsfunktionen i språket PRF, de primitivt rekursiva funktionerna. Använd följande primitiva operationer:

   `zero: PRF`
   `succ: PRF`
   `proj(i): PRF` om `i: N`
   `compose(g, fs): PRF` om `g: PRF, fs: List(PRF)`
   `rec(g, h): PRF` om `g, h: PRF`
   (10)
7. Förklara varför existensen av en själv-evaluator för språket χ kan ses som ett bevis av att den operationella semantiken för språket är χ-beräkningsbart. (3)
8. Ge en ändlig tillståndsmaskin som känner igen de strängar över alfabetet $\{0, 1\}$ som har jämnt antal ettor. (8)
9. Funktionen $\Theta \in \chi \rightarrow \mathsf{Bool}$ är definierad av att $\Theta(p) = \mathsf{true}$ om $(p\ \overline{p})$ terminerar och $\Theta(p) = \mathsf{false}$ om $(p\ \overline{p})$ icke terminerar. Bevisa att Θ inte är beräkningsbar. (12)

Lycka till!