Tentamen i kurserna Beräkningsmodeller (TDA181/INN110) och Grundläggande Datalogi (TDA180)

Onsdagen den 19 oktober 2005, kl 8.30 – 12.30 i V-huset.
Ansvarig lärare: Bengt Nordström, tel 0730-79 42 89.
Tillåtna hjälpmedel: Inga.
Börja varje uppgift på nytt blad. Skriv endast på en sida av papperet. Varje svar skall motiveras! Komplicerade lösningar och motiveringar kan ge poängavdrag.

Poäng från hemuppgifter inlämnade under 2005 kan tillgodoräknas.

Kursen är värd 4 p vid Chalmers och 5 p vid universitetet. Detta förklarar följande betygsgränser: CTH: 3=80p, 4=100p, 5=120p, GU: G=100p, VG=150p. Det finns ett fåtal elever på Chalmers som läste motsvarande 3p-kurs. För dem är poänggränserna 3=60p, 4=75p, 5=90p.

Examensvisning kommer att äga rum onsdagen den 2 november kl 11.00 i Bengt Nordströms tjänsterum. Lösningar till tentan kommer att finnas tillgängliga från kursen Beräkningsmodellers hemsida.

1. Bevisa eller motbevisa följande påståenden:

   (a) Funktionen (10)

   $$f(x) = \begin{cases} x & \text{om } x \text{ är udda,} \\ \text{odefinierat} & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   är beräkningsbar. och man kan ju beräkna den genom programmet $Fx = if(evenx)thenloopelsex$

   (b) Om M är normalformen av N (i lambda-kalkyl) och N är öppet, så är M öppet. (15)

   (c) Om M är ett slutet uttryck så har M en normalform (i lambda-kalkyl). (15)

   (d) Mängden av totala funktioner från **N** till **Bool** är uppräknelig. (20)

   (e) Mängden av totala funktioner från **Bool** till **N** är uppräknelig. (20)

2. Enligt läroboken är en icketom mängd A uppräkningsbar om det finns en total surjektiv funktion $f \in \mathbf{N} \to A$.

(a) Är det väsentligt att funktionen skall vara total? (14)

(b) Är det väsentligt att funktionen skall vara surjektiv? (14)

Om svaret är ja, skall du motivera det genom att visa att de reella talen skulle vara uppräkneliga om kravet inte finns med i definitionen. Om svaret är nej, skall du visa hur man givet en funktion som inte uppfyller kravet kan konstruera en funktion med kravet uppfyllt.

3. (a) Vad är en fixpunktskombinator? (5)

   (b) Ge ett exempel på en fixpunktskombinator och visa att det är en sådan! (10)

   (c) Varför är fixpunktskombinatorer viktiga? (5)

4. Lös en av följande uppgifter (beroende på om du studerat χ eller PCF):

   (a) Följande uppgift är för de som har studerat språket χ:

   i. Skriv ett program prod i χ (utan syntaktiskt socker) som är definierat så att (10)

   $$\mathsf{prod}\ n = (0+1) * (1+2) * \ldots * (n-1+n)$$

   Du kan anta att vi har definierat funktionerna add och mult som utför additon respektive multiplikation. Förklara hur du representerar de naturliga talen (om du inte vill behöver du inte använda standard-representationen).

   ii. Bevisa (med induktion) att ovanstående gäller! (12)

   (b) Följande uppgift är för de som studerat PCF:

   i. Define a PCF-program that behaves as prod, for any $n > 0$ (10)

   $$\mathsf{prod}\ n = (0+1) * (1+2) * \ldots * (n-1+n)$$

   You can assume that you already have two PCF-programs add and mult performing addition and multiplication of Natural numbers, respectively.

   ii. What is the output of your PCF-program when applied to the value Zero? Justify by showing the main steps in the reduction of $\mathsf{prod\ Zero}$. Explain. Here you should assume that both add and mult have the expected semantics. You can use either big or small semantics. (7)

iii. What is the purpose of the fix operator in PCF? (5)
Give a PCF-program that contains no fix operator and that does not terminate. Justify!

Lycka till!