

Binär aritmetik för heltal med tecken

2-komplementrepresentation av binära heltal med tecken

Först två definitioner:

De tal som används för att representera verkliga tal i en dators register eller minne kallas ofta **maskintal**.

Operationen $2^n - X = (11...1_2 - X) + 1 = X_{1k} + 1$ kallas **2-komplementering av X** och resultatet blir "**2-komplementet av X**", som skrivs X_{2k} .

Ex.

Antag att vi har tre positiva binära heltal A, B och C med vardera 7 bitar.

$$A = 1011001_2 (= 89_{10})$$

$$B = 0100110_2 (= 38_{10})$$

$$C = 0111001_2 (= 57_{10})$$

Vi bildar *maskintalen* för A, B och C genom att lägga till en teckensiffra 0 längst till vänster i talen för att tala om att de är positiva:

$$A = 01011001_2$$

$$B = 00100110_2$$

$$C = 00111001_2$$

Som *maskintal* för de negativa talen $-A$, $-B$ och $-C$ används 2-komplementen av *maskintalen* för de positiva talen A, B och C.

$$A_{2k} = 2^8 - A = (1111111_2 - A) + 1 = A_{1k} + 1 \quad (\text{Detta tal är alltså maskintalet för } -A)$$

$$B_{2k} = 2^8 - B = (1111111_2 - B) + 1 = B_{1k} + 1 \quad (\text{Detta tal är alltså maskintalet för } -B)$$

$$C_{2k} = 2^8 - C = (1111111_2 - C) + 1 = C_{1k} + 1 \quad (\text{Detta tal är alltså maskintalet för } -C)$$

2-komplementering av *maskintalet* innebär byte av tecken från positivt till negativt eller tvärt om.

$$\text{Talet } -A = -01011001_2 \text{ motsvaras av maskintalet } A_{2k} = (01011001_2)_{1k} + 1 = 10100110_2 + 1 = 10100111_2 \quad (\text{motsvarar } -89_{10})$$

$$\text{Talet } -B = -00100110_2 \quad \quad \quad - \quad \quad \quad B_{2k} = (00100110_2)_{1k} + 1 = 11011001_2 + 1 = 11011010_2 \quad (\quad \quad \quad -38_{10})$$

$$\text{Talet } -C = -00111001_2 \quad \quad \quad - \quad \quad \quad C_{2k} = (00111001_2)_{1k} + 1 = 11000110_2 + 1 = 11000111_2 \quad (\quad \quad \quad -57_{10})$$

Maskintal för positiva tal inleds med 0 och negativa med 1.

Talområdet med 8-bitars maskintal: $[-10000000_2, +01111111_2] = [-128_{10}, +127_{10}]$.

Man ser att talet -128_{10} inte har någon positiv motsvarighet.

Observera att vid addition eller subtraktion av två tal med tecken måste talen ha samma antal bitar!

2-komplementaritmetik

Vi använder talen A, B och C ovan som exempel.

Addition (Alla beräkningar nedan utförs med 8 bitar.)

$$(+A) + (+B) = 01011001_2 + 00100110_2 = 01111111_2 = +127_{10} \quad (\text{Korrekt eftersom teckensiffrorna } 0 + 0 = 0.)$$

$$(+A) + (+C) = 01011001_2 + 00111001_2 = 10010010_2, \text{ motsv. } -110_{10} \quad (\text{Overflow eftersom teckensiffrorna } 0 + 0 = 1.)$$

$$(+A) + (-B) \text{ motsvaras av } A + B_{2k} = 01011001_2 + 11011010_2 = 00110011_2 = +51_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(+A) + (-C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A + C_{2k} = 01011001_2 + 11000111_2 = 00100000_2 = +32_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(-A) + (+B) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + B = 10100111_2 + 00100110_2 = 11001101_2, \text{ motsv. } -51_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(-A) + (+C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + C = 10100111_2 + 00111001_2 = 11100000_2, \text{ motsv. } -32_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(-A) + (-B) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + B_{2k} = 10100111_2 + 11011010_2 = 10000001_2 \text{ motsv. } -127_{10} \quad (\text{Korrekt, } 1 + 1 = 1.)$$

$$(-A) + (-C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + C_{2k} = 10100111_2 + 11000111_2 = 01101110_2 = +110_{10} \quad (\text{Overflow, } 1 + 1 = 0.)$$

Subtraktion (Alla beräkningar nedan utförs med 8 bitar.)

$$(+A) - (+B) \text{ motsvaras av } A + B_{1k} + 1 = 01011001_2 + 11011001_2 + 1 = 00110011_2 = +51_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(+A) - (+C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A + C_{1k} + 1 = 01011001_2 + 11000110_2 + 1 = 00100000_2 = +32_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(+A) - (-B) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A + (B_{2k})_{1k} + 1 = 01011001_2 + 00100101_2 + 1 = 01111111_2 = +127_{10} \quad (\text{Korrekt, } 0 + 0 = 0)$$

$$(+A) - (-C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A + (C_{2k})_{1k} + 1 = 01011001_2 + 00111000_2 + 1 = 10010010_2 \text{ motsv. } -110_{10} \quad (\text{Overflow, } 0 + 0 = 1)$$

$$(-A) - (+B) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + B_{1k} + 1 = 10100111_2 + 11011001_2 + 1 = 10000001_2 \text{ motsv. } -127_{10} \quad (\text{Korrekt, } 1 + 1 = 1)$$

$$(-A) - (+C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + C_{1k} + 1 = 10100111_2 + 11000110_2 + 1 = 01101110_2 = +110_{10} \quad (\text{Overflow, } 1 + 1 = 0)$$

$$(-A) - (-B) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + (B_{2k})_{1k} + 1 = 10100111_2 + 00100101_2 + 1 = 11001101_2, \text{ motsv. } -51_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$

$$(-A) - (-C) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad A_{2k} + (C_{2k})_{1k} + 1 = 10100111_2 + 00111000_2 + 1 = 11100000_2, \text{ motsv. } -32_{10} \quad (\text{Korrekt, olika tecken.})$$