

## Übungen zur Vorlesung Lambda-Kalkül

Blatt 6

**Aufgabe P-19 (Typisierung):** Finden Sie, falls existent, eine Typisierung für die Terme  $\lambda xyz. x y z$ ,  $\lambda x. x K$ ,  $S := \lambda xyz. (x z) (y z)$ ,  $\lambda xy. x (x y)$ ,  $\lambda xy. x (y x)$ ,  $\lambda x. x (\lambda y. x y)$ ,  $\lambda xy. xy (y x)$ .

**Aufgabe P-20 (Typisierbarkeit von Teiltermen):** Ein Term  $t$  heißt typisierbar, wenn es einen Kontext  $\Gamma$  und einen Term  $A$  gibt, so dass  $\Gamma \vdash t : A$ . Zeigen Sie:

- Jeder Teilterm eines typisierbaren Terms ist wieder typisierbar.
- Ist  $t$  typisierbar, dann auch  $\lambda xt$ .
- Sind  $r$  und  $s$  typisierbar, dann nicht unbedingt auch  $r s$ .

**Aufgabe H-21 (Typisierung von Church-Numeralen):** Sei  $\underline{m} := \lambda fx. f^m x$  die  $m$ -te Church-Ziffer, wie gehabt. Finden Sie, falls existent, Typen  $A_a$ ,  $A_m$ ,  $A_e$ , mit

- $\vdash \lambda fx. \underline{m} f (\underline{n} f x) : A_a$
- $\vdash \lambda f. \underline{m} (\underline{n} f) : A_m$
- $\vdash \underline{m} \underline{n} : A_e$ .

Welche Typen erhalten jeweils die Teilterme  $\underline{m}$  und  $\underline{n}$ ?

**Aufgabe H-22 (Verstärkungssatz):** Beweisen Sie den Verstärkungssatz: Wenn  $\Gamma, x : A \vdash t : C$  und  $x \notin \text{FV}(t)$ , dann  $\Gamma \vdash t : C$ .

**Aufgabe H-23 (Korrektheit der Typinferenz):** Zeigen Sie: Wenn  $\text{infer}(t) = A, C$  und  $\Gamma$  löst  $C$ , dann  $\Gamma \vdash t : A\Gamma$ .

**Aufgabe H-24 (Pierce-Formel):** Seien  $a, b$  Grundtypen. Zeigen Sie, dass es keinen Term  $t$  gibt mit  $\vdash t : ((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a$ . [Hinweis: Es genügt, normale Terme zu betrachten. Warum?]

Abgabe am 26.01.2009 in der Vorlesung.