

Übungen zur Vorlesung Rechnergestütztes Beweisen

Blatt 4

Aufgabe 11: (Normalisierung) [Papier, 4 Punkte] Berechnen Sie die Normalform folgender Beweisterme:

- $(\lambda k^{A \Rightarrow B \Rightarrow A} \lambda p^{A \wedge B}. k (\text{fst } p) (\text{snd } p)) (\lambda a^A \lambda b^B. a) : A \wedge B \Rightarrow A.$
- $f : A \Rightarrow B \vdash \lambda a^A. (\lambda d^{A \vee B} \lambda g^{B \Rightarrow B}. \text{case } d \text{ of } \text{inl } x^A \Rightarrow f x \mid \text{inr } y^B \Rightarrow g y) (\text{inl } a) (\lambda z^B. z) : A \Rightarrow B$

Geben Sie für die berechneten Normalformen t Herleitungen im Kalkül normaler Beweise $\vdash t \uparrow$ an.

Aufgabe 12: (Unbeweisbarkeit durch erfolglosen Beweisversuch) [Papier, 6 Punkte] Zeigen Sie für folgende Aussagen A , dass jeder Versuch einer normalen Beweiskonstruktion $\vdash t \uparrow A$ scheitert.

- $\neg P \vee \neg \neg P$
- $(P \Leftrightarrow Q) \Rightarrow P.$
- $\neg(\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow P \wedge Q.$

Aufgabe 13: (Unbeweisbarkeit durch Gegenmodell) [Papier, 6 Punkte] Konstruieren Sie für die Aussagen der letzten Aufgabe Kripke-Gegenmodelle.

Aufgabe 14: (Monotonie der Erfüllungsrelation) [Papier, 4 Punkte] Zeigen Sie, dass in einem Kripke-Modell die Monotonie für beliebige Aussagen A gilt: $k' \leq k \Vdash A$ impliziert $k' \Vdash A$.

Abgabe: Montag, 19.11., 10.15 Uhr in der Übung.