

## Übungen zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

### Blatt 2

**Aufgabe P-4:** Führen Sie die Prozedur `BUILD-HEAP(A)` von Hand aus, mit folgendem Array  $A$  als Eingabe:

[40, 38, 8, 50, 45, 29, 16, 6, 8, 2, 13, 48, 39, 43, 49, 28, 15, 23]

**Aufgabe P-5:** Zeigen Sie, dass  $\lfloor \text{heap-size}[A]/2 \rfloor$  der größte Index ist, der noch Nachfolger im Heap hat.

**Aufgabe P-6:** Entwerfen Sie eine Prozedur `HEAP-INCREASE-KEY(A, i, k)`, die im Heap  $A$  das Element  $A[i]$  durch  $\max(A[i], k)$  ersetzt und die Heap-Eigenschaft erhält, und eine Laufzeit von  $O(\log n)$  bei einem Heap der Größe  $n$  hat.

**Aufgabe H-5:** Entwerfen Sie eine Prozedur `HEAP-DELETE(A, i)`, die das Element  $A[i]$  aus dem Heap  $A$  entfernt und die Heap-Eigenschaft erhält. Zeigen Sie, dass Ihre Prozedur eine Laufzeit von  $O(\log n)$  bei einem Heap der Größe  $n$  hat.

**Aufgabe H-6:** Betrachten Sie die folgende alternative Implementierung von `BUILD-HEAP`:

```
BUILD-HEAP(A)
  heap-size[A] ← 1
  for i ← 2 to length[A]
    do HEAP-INSERT(A, A[i])
```

- Erzeugt diese Prozedur bei jeder Eingabe dieselbe Ausgabe wie die in der Vorlesung vorgestellte Prozedur `BUILD-HEAP`? Beweisen Sie dies, oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- Zeigen Sie, dass die obige Prozedur BUILD-HEAP im *worst-case* eine Laufzeit von  $\Theta(n \log n)$  hat. (Dazu müssen Sie ein  $A$  angeben, für das der worst-case tatsächlich eintritt!)

**Aufgabe H-7:** Zeigen Sie, dass QUICKSORT bei Eingabe eines aufsteigend sortierten Arrays der Größe  $n$  (ohne Duplikate) eine Laufzeit von  $\Theta(n^2)$  benötigt.

**Aufgabe H-8:** Betrachten Sie den folgenden Sortieralgorithmus:

```

STOOGESORT(A, i, j)
  if A[i] > A[j] then exchange A[i] ↔ A[j]
  if i + 1 ≥ j then return
  k ← ⌊(j - i + 1)/3⌋
  STOOGESORT(A, i, j - k)
  STOOGESORT(A, i + k, j)
  STOOGESORT(A, i, j - k)

```

- Begründen Sie, weshalb der Algorithmus das Eingabearray  $A$  korrekt sortiert.
- Bestimmen Sie die asymptotische Laufzeit von STOOGESORT (in  $O$ -Notation).

**Abgabe bis Dienstag, 12. Mai, 14.15 Uhr** in einer der Vorlesungen oder Übungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße. **Bitte Namen und Übungsgruppe auf die Abgabe schreiben.**