Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen

SS 2002

21. Juni 2002

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen

Blatt 9

Aufgabe P-37: Zeigen Sie die Korrektheit der Breitensuche: jeder Knoten v, der von s aus erreichber ist, wird besucht, und der Wert $d[v]$ ist die Distanz von s zu v. Außerdem gibt es einen kürzesten Pfad von s zu v, der aus einem kürzesten Pfad von s zu $\pi[v]$, gefolgt von der Kante $(\pi[v], v)$, besteht.

Aufgabe P-38: Geben Sie ein Gegenbeispiel für die folgende Vermutung an: Gibt es im gerichteten Graphen G einen Pfad von u zu v, und ist bei der Tiefensuche $d[u] < d[v]$, dann ist v ein Nachkomme von u im erzeugten DFS-Wald.

Aufgabe P-39: Tiefensuche kann verwendet werden, um einen ungerichteten Graphen in seine Zusammenhangskomponenten zu zerlegen: modifizieren Sie den Algorithmus DFS so, dass er für jeden Knoten v eine Zahl $cc[v]$ zwischen 1 und k, wobei k die Zahl der Zusammenhangskomponenten des Graphen ist, mit ausgibt, derart dass $cc[u] = cc[v]$ genau dann gilt, wenn u und v in der selben Komponente liegen.

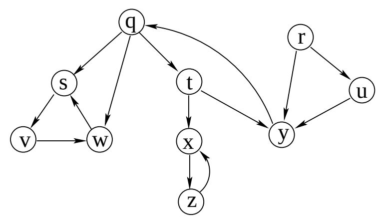
Aufgabe P-40: Sei e eine Kante in $G = (V, E)$, die auf einem Zyklus liegt und auf diesem maximales Gewicht hat. Zeigen Sie, dass es einen minimalen Spannbaum von $G' = (V, E \setminus \{e\})$ gibt, der auch minimaler Spannbaum von G ist.

Aufgabe P-41: Der Algorithmus von Kruskal kann für denselben Graphen verschiedene minimale Spannbäume erzeugen, wenn Kanten gleichen Gewichts beim Sortieren verschieden angeordnet werden.

Zeigen Sie, dass es für jeden minimalen Spannbaum T eines Graphen G eine sortierte Anordnung der Kanten gibt, so dass der Algorithmus von Kruskal bei Verwendung dieser Anordnung T ausgibt.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-34: Zeigen Sie den Ablauf der Tiefensuche auf dem untenstehenden Graphen. Nehmen Sie dabei an, dass in der äußeren Schleife die Knoten in alfabetischer Reihenfolge bearbeitet werden, und dass alle Adjazenzlisten alfabetisch angeordnet sind.

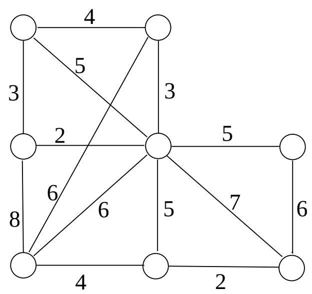


Geben Sie für jeden Knoten die *discovery time* und *finishing time* an, und klassifizieren Sie die Kanten des Graphen. (4 Punkte)

Aufgabe H-35: Eine andere Möglichkeit, einen gerichteten azyklischen Graphen topologisch zu sortieren, ist die Folgende: man sucht einen Knoten vom Eingangsgrad 0, gibt diesen aus, und entfernt ihn und alle von ihm ausgehenden Kanten, und wiederholt dies bis der Graph leer wird.

Geben Sie einen Algorithmus an, der diese Idee umsetzt und in Zeit $O(|V|+|E|)$ läuft. (6 Punkte)

Aufgabe H-36: Berechnen Sie einen minimalen Spannbaum des untenstehenden Graphen, zuerst mit dem Algorithmus von Kruskal, dann mit dem Algorithmus von Prim.



(4 Punkte)

Aufgabe H-37: Sei T ein minimaler Spannbaum eines Graphen G, und sei $L = \langle w_1, \ldots, w_{n-1} \rangle$ die sortierte Liste der Gewichte der Kanten in T.

Zeigen Sie, dass für jeden anderen minimalen Spannbaum T' die sortierte Liste der Kantengewichte in T' die selbe Liste L ist. (6 Punkte)

Abgabe der Hausaufgaben: Mittwoch, 3. 7. 2002, 10^{15} Uhr.