Funktionale Programmierung

Grundlagen der funktionalen Programmierung

Andreas Abel und Steffen Jost

LFE Theoretische Informatik, Institut für Informatik,
Ludwig-Maximilians Universität, München

16. April 2012

Administratives

- Vorlesung: Mo 16-18 Uhr, Oettingenstr. 67, U127
- Vorlesung: Di 12-14 Uhr, Oettingenstr. 67, C003
- Übungen: Do 16-18 Uhr, Oettingenstr. 67, Takla-Makan (L11 im CIP-Pool)
- Erste Übung 19.04.: Rechnerübung (GHC, GHCi, cabal)
- Prüfungsleistung: Mini-Projekt mit Notenbonus durch Übungspunkte
- Bitte anmelden auf Uniworx!

Überblick

- Wiederholung: Grundlagen funktionaler Programmiersprachen: Rekursion, Listen, Typen, Funktionen höherer Ordung, benutzerdefinierte Datentypen und Musterabgleich; Auswertungsstrategie
- Fortgeschrittene Konzepte: Überladung durch Typklassen, (Seiten-)effekte durch Monaden, Wertrekursion und unendliche Strukturen
- "Real-world programming": Grafische Benutzeroberflächen, Webapplikationen, Parallelität und Nebenläufigkeit
- Qualitätssicherung: Dokumentation, systematisches Testen, Profiling
- Forschungsthemen im Design von Programmiersprachen: Abhängige Typen, Verifikation

Erläutert anhand der Programmiersprachen Haskell und Agda.

Grau ist alle Theorie

Voraussetzungen:

- Vorlesung: Programmierung und Modellierung
- Grundkentnisse zur Programmierung in einer funktionalen Sprache (z.B. SML)

Praxis:

- Wöchentliche Programmier-Übungen
- Wir verwenden den Compiler GHC
- Kleines Abschlussprojekt (Graphische oder Web-Applikation)

Grundlagen funktionaler Programmierung

Philosophie *deklarativer Sprachen*

> *Spezifiziere* **was** *berechnet werden soll,* **nicht wie** *es berechnet werden soll.*

Imperative Sprachen starten von low-level Code (z.B. Assembler) und führen Abstraktionen ein um die Programmierung zu vereinfachen (z.B. Schleifen).
Deklarative Sprachen sind durch die Sprache der Mathematik motiviert und beschreiben Funktionen oder Beziehungen:

- der λ-Kalkül beschreibt Funktionen und ist die Basis für **funktionale Sprachen**
- die Prädikaten-Logik beschreibt Beziehungen und ist die Basis für **logische Sprachen**

Deklaratives Prinzip: Harte Landung

- Das reine deklarative Prinzip scheitert an der Praxis: Der Ressourcenverbrauch hängt kritisch vom *wie* der Berechnung ab.
- Der Fall PROLOG:
  - Prinzip: Prädikatenlogik.
  - Nichtdeterminismus: Lösungen der Problemspezifikation werden (blind) *gesucht*.
  - Das *fifth generation computing project* (Japan 1980er) scheiterte.
  - PROLOG benötigt extralogische Konzepte (z.B. *cuts*).
- Erfolgreich: SQL
  - Prinzip: Relationale Algebra.
  - Rein deklarative Anfragen (*cross join* und *where*-Klauseln) zu ineffizient.
  - Explizite *join*-Klauseln effizienter.

In der Mitte: Funktionale Programmierung

- Funktionale Programmierung hat deklarativen Charakter. (Erreicht durch hohen Abstraktionsgrad.)
- Deterministisch: Das *wie* der Berechnung ist jedoch festgelegt (keine implizite Suche).
- Funktionale Programme können in Maschinensprache übersetzt werden.
- Einbindung von fremden Bibliotheken mittels *foreign function interface*.

Prinzip 1: Referentielle Transparenz

- Der Wert einer Variablen wird zu Beginn zugewiesen und ist dann *unveränderlich*.

```
fun bla y =          (* value of y is fixed *)
  let val x = y * y (* value of x is fixed to y * y *)
      val x = x + 1 (* new variable with same name! *)
  in  x + y
  end
```

- *Referentielle Transparenz*: Der Wert eines Ausdruck hängt nur von den (konstanten!) Werten der Variablen ab.
- Wird ein Ausdruck zweimal ausgewertet, kommt der selbe Wert heraus.
- Die Bedeutung einer Funktion ist aus ihrem Kode allein ermittelbar!
- Programme sind kompositional (verstehbar).

Vorteile referentieller Transparenz

- Berechnungen parallelisierbar.
- Ermöglicht Optimierungen durch den Kompiler, z.B. *common subexpression elimination*.
  `(x + y) * (x + y)` optimiert zu
  `let val z = x + y in z * z`
- Seiteneffekte wie Wert-Veränderung verhindern solche Optimierungen:
  `(++x + y) * (++x + y)`
- Erleichtert Testen und Verifikation:
  Imperative Sprachen benötigen Hoare-Logik, Haskell nur Gleichungsrechnen.
  (Alter Name: GOFER = Good For Equational Reasoning.)
- Unveränderliche Variablen gibt es auch in C (Schlüsselwort `const`), aber es ist nicht der *default*.

Prinzip 2: Unveränderliche Datenstrukturen

- Datenstrukturen sind auch unveränderlich: Einfügen in eine Liste erzeugt eine *neue* Liste.
- *Persistenz:* Die alte Liste existiert auch noch.
- *Sharing:* Unveränderte Restliste wird von alter und neuer Liste gemeinsam referenziert.
- *Garbage Collection:* Nicht mehr benötigte alte Versionen werden aus dem Speicher entfernt.

Vorteile unveränderliche Datenstrukturen

- Typische Falle veränderlicher Strukturen: Veränderung während Iteration (`for`).
- Backtracking (Rekursion): Alter Zustand ist noch verhanden, muss nicht wiederhergestellt werden.
- Nebenläufigkeit: Kein explizites Kopieren der Struktur nötig, wenn 2 Threads manipulieren wollen.

Prinzip 3: Abstraktion

- Extrahieren von gemeinsamen Codefragmenten leicht gemacht durch *Funktionen höherer Ordnung*.

```
fact n = foldl (*) 1 [1..n]
```

- Entwicklung von universell verwendbaren Bausteinen. (Besser als Designpatterns.)
- Wiederverwendbarkeit durch *Polymorphismus*.

Prinzip 4: Starke Typisierung

- Typsystem dient:
  - der Auflösung von Überladung,
  - der Aufdeckung von Fehlern durch den Übersetzer,
  - der Dokumentation von Funktionen,
  - der Suche passender Funktionen.
- Typen werden inferiert (ML-Dialekte), oder zumindest zum größten Teil (Haskell, Scala).
- Fortgeschrittene Typsysteme dienen der Verifikation (Agda).

Haskell

- Effektfreie funktionale Sprache mit verzögerter Auswertung.
- Benannt nach *Haskell Curry* (1900-82).
- Standards: **Haskell 98** und **Haskell 2010**.
- Implementierungen: Hugs, NHC, ..., **GHC**.
- **G**lorious **H**askell **C**ompiler entwickelt zuerst an der Uni Glasgow und nun bei Microsoft Research Cambridge.
- Die Hauptentwickler Simon Peyton-Jones und Simon Marlow bekamen 2011 den ACM SIGPLAN *Programming Language Software Award*.
- Installation: **Haskell Platform** herunterladen.
  Weitere Bibliotheken: `cabal install foo`

Haskell-Syntax

- Wenig Schlüsselwörter.
- Wenig Klammerung.
- **Einrückung** ist Teil der Syntax! (wie by Python)
- Keine Wertzuweisung (**:=**).
- Benutzerdefinierte **Infixoperatoren**.
- Benutzerdefinierte **überladene Operationen** mittels **Typklassen**.
- Simples hierarchisches Modulsystem; Modulnamen entsprechen Dateinamen.

SML vs. Haskell-Syntax: Funktionen

SML-Syntax

```
(* SML comment block *)


(* function abstraction *)
fn x => fn y => x
fn (x,y) => y
fn []      => true
 | (x::xs) => false

(* function declaration *)
fun iter f a 0 = a
  | iter f a n =
      iter f (f a) (n-1)
```

Haskell-Syntax

```
{- Haskell comment block -}
-- Haskell one line comment


-- \ for λ
\ x y   -> x
\ (x,y) -> y
{- no multi-clause anonymous
   functions -}

-- just equations
iter f a 0 = a
iter f a n =
  iter f (f a) (n-1)
```

SML vs. Haskell-Syntax: Listen

Rollentausch: In Haskell ist `:` Listenkonstruktion (SML `::`) und `::` Typzuweisung (SML `:`).

```
[]        (* empty list  *)      []
x::xs     (* cons        *)      x:xs
[1,2,3]   (* literal     *)      [1,2,3] {- or -} [1..3]
l @ l'    (* append      *)      l ++ l'
```

Typsignaturen `bezeichner :: typ` sind optional.

```
fun map f []        = []
  | map f (x :: xs) =
      f x :: map f xs
```

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map f []     = []
map f (x:xs) =
  f x : map f xs
```

SML vs. Haskell-Syntax: Datentypen

Datenkonstruktoren sind in Haskell ge**curry**te Funktionen.

```
datatype 'a tree
  = Leaf of 'a
  | Node of 'a tree * 'a tree

(* Leaf : 'a -> 'a tree *)
fun node l r = Node (l, r)


(* case distinction *)
case t
  of Leaf(a)   => [a]
   | Node(l,r)
=> f l @ f r
```

```
data Tree a
  = Leaf a
  | Node (Tree a) (Tree a)

-- Leaf :: a -> Tree a
{- Node :: Tree a -> Tree a ->
     Tree a -}


-- similar to SML
case t of
  Leaf a   -> [a]
  Node l r -> f l ++ f r
```

Datentypen und Konstruktoren müssen in Haskell **Groß** geschrieben werden. In SML hat Großschreibung keine lexikalische Signifikanz.

SML vs. Haskell-Syntax: Lokale Definitionen

In Haskell können Definitionen mit **where** nachgestellt werden.

```
let val k     = 5
    fun f 0   = k
      | f n
= f (n-1) * n
in  f k
end

(* no post-definition *)
```

```
let k   = 5
    f 0 = k
    f n = f (n-1) * n
in  f k

f k where
      f 0 = k
      f n = f (n-1) * n
      k   = 5
```

```
local ... in ... end
```

```
-- nothing corresponding
```

SML bearbeitet Definitionsfolgen von vorne nach hinten. In Haskell ist die Reihenfolge der Definitionen unerheblich.

SML vs. Haskell-Syntax: Rekursion

In Haskell sind alle Gleichungen wechselseitig rekursiv.

```
(* mutual recursion *)
fun even 0 = true
  | even n = odd (n-1)
and odd  0 = false
  | odd  n = even (n-1)

val rec f = fn x =>
  if x <= 1 then 1
    else x * f (x-1)
```

```
-- no need to mark mutual rec.
even 0 = true
even n = odd (n-1)
odd  0 = false
odd  n = even (n-1)

f = \ x ->
  if x <= 1 then 1
    else x * f (x-1)
```

In SML benötigt Rekursion das Schlüsselwort **rec** oder **fun...and...**.

SML vs. Haskell-Syntax: Module

Haskell hat ein simples Modulsystem (keine Signaturen, keine Funktoren).

```
structure M = struct
  ...
end
```

```
module M where
...
```

```
open Text.Pretty
structure S = System.IO
```

```
import Text.Pretty
import qualified System.IO as S
```

Wächter in Fallunterscheidungen

- In Fällen in Funktionsdefinition oder **case** können durch **Wächter** (engl. *guards*) "geschützt" werden.
- Z.B. Definition von **filter** `p l`, das alle Elemente aus Liste `l` zurückgibt, die Prädikat `p` erfüllen.

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter p []                    = []
filter p (a:as) | p a          = a : filter p as
                | otherwise    = filter p as
```

- Nach den Mustern (wie `(a:as)`) können nach dem Strich `|` noch Wächter, Bool'sche Ausdrücke stehen.
- Nur wenn diese zu **True** auswerten, wird der Zweig gewählt, ansonsten zum Nächsten gegangen.
- Wächter **otherwise** ist nur ein Alias für **True**, also immer passierbar.

Erweiterte Wächter

- Neben Bool'schen Wächter gibt es noch die **pattern guards**.
- Folgende Funktion `allJust` nimmt eine Liste von optionalen Werten **`Maybe`** a und prüft, ob alle Elemente definiert sind (**`Just`** a).
  1. Ist dies der Fall, wird eine Liste der Elemente ohne **`Just`**-Konstruktor zurückgegeben.
  2. Andernfalls **`Nothing`**.

```
data Maybe a = Just a | Nothing

allJust :: [Maybe a] -> Maybe [a]
allJust []                                  = Just []
allJust (Just a : l) | Just l' <- allJust l = Just (a : l')
allJust _                                   = Nothing
```

- Der Wächter **`Just`** `l' <- allJust l` prüft, ob das Ergebnis der Rekursion ein **`Just`** ist und bindet den Inhalt an Variable `l'`.

Nochmal pattern guards

- Berechnet eine Funktion ein Tupel, können wir das Ergebnis des rekursiven Aufrufs mit einem *pattern guard* zerlegen.
- Folgende Funktion **span** `p l` teilt die Liste `l` an der Stelle, wo das Prädikat `p` zum ersten Mal *nicht mehr* gilt.

```
span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])
span p []                          = ([], [])
span p (x : xs)
  | p x, (ys, zs) <- span p xs     = (x : ys, zs)
  | otherwise                      = ([], x : xs)
```

- Hier findet sich ein Bool'scher Wächter `p x` und ein *pattern guard* `(ys, zs) <- span p xs`.

Listenkomprehension

- In der Mathematik verwendet man **Mengenkomprehension** wie $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x \bmod 3 = 1\}$, die Menge der natürlichen Zahlen, die bei Division durch 3 den Rest 1 haben.
- In Haskell gibt es eine analoge Notation für Listen.

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter p l = [ a | a <- l, p a ]
```

- Damit ist auch das kartesische Produkt zweier Listen direkt definierbar:

```
cartesian :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
cartesian as bs = [ (a,b) | a <- as, b <- bs ]
```

- Test `cartesian [1,2] [3,4,5]` ergibt:

```
[(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)]
```

Infix-, Präfix- und Sektionsschreibweise

- Einen **Infixoperator** wie + kann man in Klammern `(x)` **präfix** verwenden. Beispiel: `(+) 5 3` statt `5 + 3`.
- Dadurch ist partielle Applikation möglich:
  `map` `((+) 3) [1..5]` (ergibt `[4..8]`).
- Alternativ dazu sind **Sektionen**: Durch Weglassen eines Operatorargumentes erhält man eine einstellige Funktion.

```
map (3 +) [1,2] == [4,5]
map (3 -) [1,2] == [2,1]
map (/ 2) [1,2] == [0.5,1.0]
```

- Jeden Bezeichner kann man in ‘*backquotes*‘ infix verwenden.

```
if 3 `elem` [1..5] then 1 else 0
```

Infixoperatoren

- Eigene Infixoperatoren muss man unter Angabe der **Bindungsstärke** deklarieren. Beispiel: Linksassoziatives Exklusiv-Oder:

```
infixl 3 /+/
(/+/)    :: Bool -> Bool -> Bool
x /+/ y  =  not (x == y)
```

- Funktionskomposition (in SML: o) hat die höchste Bindungsstärke:

```
infixr 9 .
(.)      :: (b -> c) -> (a -> b) -> (a -> c)
(f . g)  =  \ x -> f (g x)
```

- Applikation mit $ hat die niedrigste Bindungsstärke:

```
infixr 0 $
($)      :: (a -> b) -> a -> b
f $ x    =  f x
```

Klammen sparen mit $

- Wozu noch einen Operator $ für Applikation? Klammern sparen!
- Das letzte Argument einer Funktion kann man mit $ abteilen und braucht es dann nicht zu klammern.
- Statt `fun1 (fun2 arg2 (fun3 (fun4 arg4)))`

```
fun1 $ fun2 arg2 $ fun3 $ fun4 arg4
```

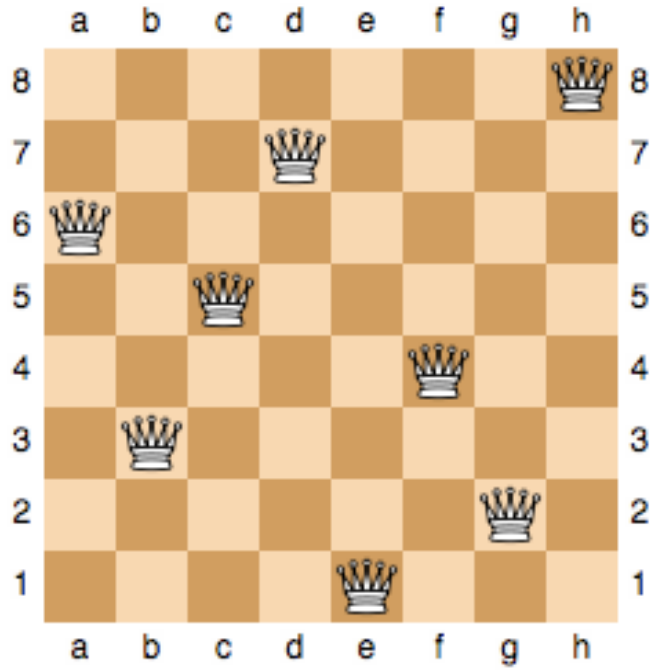
- Weitere Infixoperatoren:

```
infix 4  ==, /=, <, <=, >=, >   -- comparison
infixr 3 &&                     -- boolean and
infixr 2 ||                     -- boolean or
```

Musterbeispiel deklarativer Programmierung: Die acht Damen

Plaziere 8 Damen auf einem Schachbrett, so dass keine eine andere bedroht.

- nur eine pro Spalte
- Lösung ist 8-elementige Liste von Zeilenpositionen.
  Hier: `[6,3,5,7,1,4,2,8]`



Statt $\binom{64}{8} \approx 4$ Milliarden brauchen wir nur $8^8 \approx 16$ Millionen Damenplazierungen betrachten.

Zu deklarativ!

```
queens :: Int -> [[Int]]
queens n = [ l
  | l <- lists n [1..n]  -- n columns with row positions in 1..n
  , sort l == [1..n]     -- permutation of 1..n (horiz. threats)
  , noDiagThreats l
  ]

-- | Enumerate all lists of length @n@ with elements in @l@.
lists n l | n > 0     = [ x:xs | x <- l, xs <- lists (n-1) l ]
          | otherwise = [[]]

noDiagThreats []     = True
noDiagThreats (x:ys) =
  all (\ (y,n) -> abs(x-y) /= n) (zip ys [1..])
  && noDiagThreats ys
```

Zu deklarativ!

- Verwendete Listenfunktionen:

```
sort :: Ord a => [a] -> [a]
zip  :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
all  :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool
```

- Program zu langsam (11sec)!
- Pro Zeile darf auch nur eine Dame plaziert werden!
- queens erzeugt viele Kandidaten, die keine Permutationen von $1..n$ sind, die dann wieder aussortiert werden müssen.
- Besser: betrachte nur die $8! = 40320$ Permutationen von 1..8.

Betrachte nur Permutationen

```
import Data.List (delete)

queens n = [ l
  | l <- choose n [1..n] -- permutation of [1..n]
  , noDiagThreats l
  ]

-- | Choose @n@ distinct elements from list @l@.
choose n l
  | n > 0     = [ x:xs  | x  <- l
                        , xs <- choose (n-1) (delete x l) ]
  | otherwise = [[]]
```

Benötigt nur noch 40msec!

Betrachte nur gültige Positionen

- Wenn Dame plaziert wird, entferne *alle, auch die diagonal* bedrohten Positionen vom Brett.
- Eliminiert frühzeitig weitere Kandidaten.
- choose benötigt nun ein Brett mit noch verfügbaren Positionen.
- Weitere Listenfunktionen:

```
zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
filter  :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

Betrachte nur gültige Positionen

```
-- | Produce all queen positionings on a board of size @n*n@.
queens n = choose (board n)

-- | Initially, for each row, all columns are possible.
board :: [[Int]]
board n = take n (repeat [1..n])

choose []     = [[]]
choose (r:rs) = [ c:cs | c <- r -- pick an available column
                       , cs <- choose (removeThreatened c rs) ]

-- | Delete column positions in remaining rows @rs@
--   threatened by a queen in column @c@ of the current row.
removeThreatened c rs = zipWith (del c) [1..] rs
  where del c n = filter (\ y -> let d = abs(c-y)
                                 in  d /= 0 && d /= n)
```

Benötigt nur noch 4msec!

Zusammenfassung

- Bisherige Nische für funktionale Sprachen: Compiler, Softwareanalyse und -verifikation, akademische Landschaft.
- Funktionale Programmierung erlebt eine Renaissance:
  - Closures in C#, C++, Java.
  - Funktionale OO-Sprache Scala.
  - Unveränderliche Datenstrukturen für Nebenläufigkeit.
  - Ocaml/F# und Haskell erobern Nische in Finanzbranche.
- Effektfreiheit ermöglicht Optimierung durch Compiler und Parallelisierung.
- Nachteil: Werkzeugkette meist noch nicht komplett oder ausgereift (Bibliotheken, IDE, Debugger, Monitoring...).